

ANNALEN
DER
PHYSIK UND CHEMIE.

BAND CXXI.

1771

1771

1771

1771

1771

ANNALEN

DER

P H Y S I K

UND

C H E M I E.

FÜNFTE REIHE.

HERAUSGEGEBEN ZU BERLIN

VON

J. C. POGGENDORFF.

ERSTER BAND.

NEBST SIEBEN FIGURENTAFELN.

LEIPZIG, 1864.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIOUS BARTH.



ANNALEN

DER

P H 7 2 1 K

UND

CHEMIE.

HERAUSGEGEBEN VON HERMANN

VON

J. C. BOGENDORF.

HERBERT EISENHARTZ ANGEKÜNDIGT VON

HIER BEFINDEN SICH DIE ERSTEN HEFEN DER ERSTEN BANDES.

VERLAG VON J. C. BOGENDORF.

LEIPZIG 1861

VERLAG VON J. C. BOGENDORF.

I n h a l t

des Bandes CXXI der Annalen der Physik und Chemie.

Erstes Stück.

	Seite
I. Ueber die Concentration von Wärme- und Lichtstrahlen und die Gränzen ihrer Wirkung; von R. Clausius	1
II. Ueber die Abhängigkeit der Capillaritäts-Coëfficienten der Flüssigkeiten von ihrer Zusammensetzung; von L. Wilhelmy	44
III. Ueber die Möglichkeit, bis zu gewissen Gränzen Uebereinstimmung, respective Proportionalität unter den Spectral-Apparaten zu erzielen; von F. Gottschalk	64
IV. Ueber die mikroskopische Structur der Schlacken und über die Beziehungen der Mikrostructur zur Genesis der krystallinischen Gesteine; von H. Vogelsang	101
V. Einige Versuche über die Abhängigkeit der Stärke temporärer Magnete von der Größe der magnetisirenden Kraft; von G. v. Quintus-Icilius	125
VI. Ueber den Unterschied der auf der Palette des Malers entstehenden Mischfarben und der auf dem Farbenkreisel hervortretenden; von H. W. Dove	142
VII. Ueber Eisbildung und Entstehung der Schründe und Spalten in den Eisdecken der Süßwasserseen; von J. C. Deicke	165
VIII. Ueber die Verdichtung von Dämpfen an der Oberfläche fester Körper; von G. Magnus	174

VI

	Seite
IX. Ueber den Einfluß der Condensation bei Versuchen über Diathermansie; von Denselben	186
X. Ueber die Erkennung der Salpetersäure; von H. Sprengel	188
Nekrolog. Heinrich Rose's Tod	192
(<i>Geschlossen am 26. Januar 1864.</i>)	

Zweites Stück.

I. Bestimmung des Krystallsystems und der optischen Constanten des weinsteinsäuren Kali-Natrons; Einfluß der Temperatur auf die optischen Constanten desselben und Bestimmung der Brechungsquotienten des Rüböls und des destillirten Wassers bei verschiedenen Temperaturen; von A. Müttlich	193
II. Ueber die optischen Axen der allgemeinen Wellenfläche von Cauchy und Neumann; von L. Pochhammer	239
III. Ueber den Unterschied zwischen activem und gewöhnlichem Sauerstoff; von R. Clausius	250
IV. Ueber das volumetrische Verhalten des Ozons; von J. L. Soret	268
V. Ueber die physikalischen Vorgänge bei der gleitenden Reibung fester Körper; von K. E. Landsberg	283
VI. Ueber den Extrastrom des Inductionsstroms; von J. C. Poggen-dorff	307
VII. Ueber die chemische Zusammensetzung des Braunitz und Hausmannitz, und die Isomorphie des Mangansuperoxyds mit der Kieselsäure; von G. Rose	318
VIII. Ueber den Quarz von Euba und über optische Zweiaxigkeit tetragonaler und hexagonaler Krystalle; von A. Breithaupt	326
IX. Nachschrift zum Aufsatz über den Sauerstoff; von R. Clausius	330
X. Gelegentliche Beobachtung über die Fluggeschwindigkeit des Adlers; von R. Th. Simmler	331
XI. Aelteste Nachricht über den Meteorsteinfall zu Ensisheim; von P. A. Kesselmeyer	333
XII. Eine akustische Beobachtung; vom Dr. Stricker	335
XIII. Ueber die Spectrallinie des Thalliums; von Nickles	336
(<i>Geschlossen am 20. Februar 1864.</i>)	

VII

Drittes Stück.

	Seite
I. Ueber die Schwefelungsstufen des Eisens, die Zusammensetzung des Magnetkieses und das Vorkommen des Eisensulfurets im Meteoriten; von C. Rammelsberg	337
II. Ueber das Schwefeleisen der Meteoriten; von Demselben	365
III. Ueber das specifische Gewicht der Verbindungen des Schwefels mit dem Eisen; von Demselben	369
IV. Ueber die Superoxyde der Radicale organischer Säuren; von B. C. Brodie	372
V. Bestimmung des Krystallsystems und der optischen Constanten des weinsteinsäuren Kali-Natrons; Einfluß der Temperatur auf die optischen Constanten desselben und Bestimmung der Brechungsquotienten des Rüböls und des destillirten Wassers bei verschiedenen Temperaturen; von A. Müttrich (Schluß)	398
VI. Ueber die Coërcitivkraft verschiedener Stahlarten; von A. v. Waltenhofen	431
VII. Ueber die Spectren der Verbindungen und der einfachen Körper; von A. Mitscherlich	459
VIII. Kleine Versuche über elektrische Erscheinungen; von F. Henrici	489
IX. Notiz über die Beschaffenheit der Sonne; von G. Magnus	510

(Geschlossen am 23. März 1864.)

Viertes Stück.

I. Ueber die Bildung des Eises im Meere; von E. Edlund	513
II. Zur Theorie der Entladung einer Leydener Flasche; von G. Kirchhoff	551
III. Ueber das relative Atomgewicht der unzerlegten Körper; von P. Kremers	566
IV. Beiträge zur Lehre vom Eise; von E. Reusch	573
V. Ueber die Theorie des Lichts; von L. Lorenz (Zweite Abhandlung)	579
VI. Ueber Metall-Ammonium-Verbindungen; von W. Weyl	601

VII. Der Nebenstrom im Schließungsdraht der Leydener Batterie; von P. Riefs	613
VIII. Bemerkungen zu einem Aufsatz des Hrn. Lenssen: Hr. Kefs- ler und die Oxydations- und Reductions-Erscheinungen; von F. Kefsler	615
IX. Einfache Winkelmessung bei annähernd gleichseitigen Glaspris- men; von F. Place	624
X. Ueber Wärmeleitung des magnetischen Eisens; von K. A. Holm- gren	628
XI. Eiswasser-Regen und Rauchfrost; von F. Mohr	637
XII. Ueber ein Pendel zur fälschlicheren Erklärung der Lissajous'- schen Schallfiguren; von G. Mos	646
XIII. Sonnenhof, beobachtet auf der Rhede von Surabaya; von H. A. Sirks	650
XIV. Ueber eine eigenthümliche Art, Seifenblasen zu bilden; von F. Plateau	653
XV. Artesischer Brunnen in St. Petersburg; von G. v. Helmersen	654
XVI. Bewölkung in Christiania; von H. Mohn	656

(Geschlossen am 15. April 1864.)

IX

Nachweis zu den Kupfertafeln.

- Taf. I. — Clausius, Fig. 1, S. 11; Fig. 2, S. 12; Fig. 3, S. 14; Fig. 4 u. 5, S. 16; Fig. 6, S. 19; Fig. 7, S. 26 — Gottschalk, Fig. 8, S. 65; Fig. 9 u. 10, S. 66; Fig. 11, S. 70. — Vogelsang, Fig. 12, S. 103; Fig. 13, S. 104; Fig. 14, S. 105; Fig. 15, S. 106; Fig. 16, S. 108; Fig. 17, S. 109; Fig. 18 u. 19, S. 112.
- Taf. II. — Magnus, Fig. 1, S. 176; Fig. 2, S. 180; Fig. 3 u. 4, S. 181.
- Taf. III. — Müttrich, Fig. 1, S. 195; Fig. 2 bis 8, S. 197; Fig. 9, S. 201; Fig. 10 u. 11, S. 202; Fig. 12, S. 203; Fig. 13, S. 208; Fig. 14, S. 212; Fig. 15, S. 226; Fig. 16, S. 400; Fig. 17 bis 19, S. 404; Fig. 20 u. 21, S. 405.
- Taf. IV. — G. v. Quintus-Icilius Fig. 1, S. 128. — Müttrich, Fig. 2 bis 8, S. 430. — A. v. Walthenhausen, Fig. 9, S. 433.
- Taf. V u. Taf. VI. — A. Mitscherlich S. 463.
- Taf. VII. — Edlund, Fig. 1, S. 520. — P. Riess, Fig. 2, S. 613; — Place, Fig. 3 bis 5, S. 625. — Mos, Fig. 6, S. 648; — Sirks, Fig. 7, S. 650. — Mohn, Fig. 8 u. Fig. 9, S. 656; Fig. 10, S. 660.

Berichtigungen.

Zum Aufsatz vom Dr. Berger in Bd. CXIX.

- S. 601 Z. 3 lies: das statt: »dafs«
- S. 603 Z. 17 lies: »nach Buff« über die zweite Colonne
- S. 605 Z. 4 v. u. lies: nach Damples »—«
- S. 607 Z. 7 v. u. lies: »nicht« vor »eintritt«
- S. 699 Z. 19 lies: nach allein »—«
- S. 613 Z. 8 } lies: »das« statt: »dafs«
- S. 615 Z. 11 }
- S. 621 Z. 11 lies: »welchem« statt: »welchen«
- S. 630 Z. 14 lies: »dem« statt: »den«
- S. 631 Z. 5 lies: »Aufströmen« statt: »Ausströmen«
- S. 636 Z. 18 lies: »der« statt: »die«
- S. 636 Z. 22 ist »VVärme« zu streichen

Zum Aufsatz vom Dr. W. Wundt in Bd. CXX.

- S. 172 Z. 1 v. u. lies: innig statt: wenig
 S. 173 Z. 16 v. o. lies: Nachbilder statt: Strahlbilder
 S. 173 Z. 17 v. o. lies: Projectionsebene statt: Projectenbilder
 S. 175 Z. 15 v. o. lies: lenken statt: denken
 S. 176 Z. 7 v. o. lies: Nachbilderversuchen statt: Strahlbilderversuchen

Zum Aufsatz vom Dr. L. Meyer in Bd. CXX.

- S. 611 Z. 4 v. o. lies: $p: a = 113^{\circ} 4'$ statt: $114^{\circ} 4'$
 S. 611 Z. 8 v. o. lies: stumpfer VW. statt: VW.

Zum Aufsatz von F. Gottschalk in Bd. CXXI.

- S. 64 Z. 7 v. o. lies: Steinheil statt: Steinthal
 S. 64 Z. 10 v. u. lies: Interpolation statt: Interpolation
 S. 92 Z. 9 v. u. lies: 63° statt: 60°
 S. 93 Z. 12 v. o. lies: 183,94 statt: 283,91
 S. 93 Z. 16 v. o. lies: 183,38 statt: 133,38
 S. 95 Z. 12 v. o. lies: 208,51 statt: 278,51
 S. 98 Z. 17 v. u. lies: 100 statt 190

Zum Aufsatz von G. v. Quintus-Ilcius in Bd. CXXI.

- S. 128 Z. 13 v. u. lies: Taf. IV statt: Taf. III

I. *Ueber die Concentration von Wärme- und Lichtstrahlen und die Gränzen ihrer Wirkung;
von R. Clausius.*

(Vorgetragen in der Züricher naturforschenden Gesellschaft am
22. Juni 1863.)

Bei der Behandlung des zweiten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie bin ich davon ausgegangen, daß zwischen dem Wärmetübergange aus einem wärmeren in einen kälteren Körper und demjenigen aus einem kälteren in einen wärmeren Körper der Unterschied stattfindet, daß der letztere nicht, wie der erstere, von selbst geschehen kann. Wenn man diesen Unterschied zwischen den beiden Arten von Wärmetübergängen als im Voraus feststehend annimmt, so kann man daraus beweisen, daß ein ganz entsprechender Unterschied auch zwischen der Verwandlung aus Arbeit in Wärme und der Verwandlung aus Wärme in Arbeit bestehen muß, daß nämlich die Wärme sich nicht von selbst in Arbeit verwandeln kann, sondern daß dazu immer eine gleichzeitig stattfindende andere Veränderung nöthig ist, welche als Compensation dient, während dagegen die umgekehrte Verwandlung aus Arbeit in Wärme ohne Compensation vor sich gehen kann.

In diesen Sätzen (welche sich in gleicher Weise noch auf einen dritten, auf die Zustandsänderungen der Körper bezüglichen Vorgang ausdehnen lassen, worauf ich aber hier nicht eingehen will) drückt sich eine allgemein in der Natur obwaltende Tendenz zu Veränderungen in einem bestimmten Sinne aus. Wendet man dieses auf das Weltall

im Ganzen an, so gelangt man zu einer eigenthümlichen Schlussfolgerung, auf welche zuerst W. Thomson aufmerksam machte ¹⁾, nachdem er die Abänderung, welche ich mit dem Carnot'schen Satze vorgenommen hatte, als richtig anerkannt, und sich meiner Auffassung des zweiten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie angeschlossen hatte. Wenn nämlich im Weltall fortwährend Fälle der Art vorkommen, wo Bewegungen, welche größeren Massen innewohnen, und welche durch Arbeit von Naturkräften entstanden sind, oder doch, falls wir die Entstehung der Bewegungen nicht kennen, als durch Arbeit entstanden gedacht werden können, sich durch Reibung oder andere der Reibung ähnliche Bewegungshindernisse in Wärme, d. h. in Bewegungen der kleinsten Theilchen, umsetzen; und wenn ferner die Wärme stets das Bestreben zeigt, ihre Vertheilung in der Weise zu ändern, dafs dadurch die bestehenden Temperaturdifferenzen ausgeglichen werden, so mufs sich das Weltall allmählich mehr und mehr dem Zustande nähern, wo die Kräfte keine neuen Bewegungen mehr hervorbringen können, und keine Temperaturdifferenzen mehr existiren.

Durch diese Schlussfolgerung wurde Rankine zu einem Aufsatze veranlafst, welcher den Titel führt: »*On the Re-concentration of the Mechanical Energy of the Universe,*« ²⁾ und worin die Frage behandelt ist, ob nicht im Gegensatze zu jenen Vorgängen, durch welche die mechanische Energie immer mehr zerstreut wird, auch ein Procefs von der umgekehrten Wirkung denkbar sey, durch welchen die mechanische Energie wieder concentrirt und in einzelnen Massen angehäuft werden könne.

Nachdem Rankine davon gesprochen hat, dafs in manichfacher Weise durch Arbeit von Naturkräften Wärme entstehen könne, und die Wärme sich in den Körpern immer mehr zu verbreiten und dadurch die bestehenden Temperaturdifferenzen auszugleichen suche, und hinzugefügt hat,

1) *Phil. Mag. Ser. IV, Vol. IV, p. 304.*

2) *Phil. Mag. Ser. IV, Vol. IV, p. 358.*

dafs die in den Körpern vorhandene Wärme auch das Bestreben habe, sich in strahlende Wärme zu verwandeln, so dafs die Weltkörper fort und fort mehr von ihrer Wärme an den den Weltenraum ausfüllenden Aether verlieren, fährt er fort: ¹⁾

»Es möge nun angenommen werden, dafs nach allen Richtungen, rund um die sichtbare Welt, das interstellare Medium (der Aether) Gränzen habe, jenseit deren sich ein leerer Raum befinde.«

»Wenn diese Voraussetzung richtig ist, dann wird die strahlende Wärme der Welt, indem sie jene Gränzen erreicht, total reflectirt und schliesslich in Brennpunkten wieder concentrirt werden. Die Intensität der Wärme, welche man in jedem dieser Brennpunkte zu erwarten hat, mag so grofs seyn, dafs, wenn ein Stern (zu einer Zeit, wo er schon eine erloschene Masse von trägen Verbindungen wäre) im Laufe seiner Bewegungen in jenen Raum käme, er in Dampf verwandelt und in seine Elemente aufgelöst würde. Auf diese Weise würde ein Reservoir von chemischer Kraft auf Kosten einer entsprechenden Menge von strahlender Wärme reproducirt.«

»Es ergibt sich hieraus, dafs, obwohl nach dem, was man von der bekannten Welt sehen kann, sie einem solchen Endzustande zuzustreben scheint, wo alle physische Energie in der Form von strahlender Wärme gleichmäfsig zerstreut ist, die Sterne erloschen sind, und alle Naturerscheinungen aufgehört haben, dennoch die Welt, wie sie geschaffen ist, möglicher Weise in sich selbst die Mittel besitzen kann, ihre physischen Energien wieder zu concentriren und ihre Thätigkeit und ihr Leben wieder zu erneuern.«

Hiernach scheint Rankine die Ansicht zu haben, es sey möglich, die Wärmestrahlen durch Reflexion in solcher Weise zu concentriren, dafs in dem dadurch entstehenden Brennpunkte ein Körper zu einer höheren Temperatur erhitzt werden könne, als die Körper haben, welche

1) A. a. O. p. 360.

die Strahlen aussenden. Wenn diese Ansicht richtig wäre, so müßte der von mir als Grundsatz angenommene Satz, daß die Wärme nicht von selbst aus einem kälteren in einen wärmeren Körper übergehen kann, falsch seyn, und der mit Hülfe dieses Grundsatzes geführte Beweis des zweiten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie wäre somit zu verwerfen.

Da ich wünschte, den Grundsatz gegen jeden Zweifel dieser Art zu sichern, und da die Concentration der Wärmestrahlen, mit welcher auch diejenige der Lichtstrahlen in unmittelbarem Zusammenhange steht, ein Gegenstand ist, welcher, auch abgesehen von jener speciellen Frage, in vieler Beziehung Interesse darbietet, so habe ich die Gesetze, denen die Strahlenconcentration unterworfen ist, und den Einfluß, welchen sie auf den unter den Körper stattfindenden Strahlenaustausch haben kann, einer näheren mathematischen Untersuchung unterworfen, deren Resultate ich im Folgenden mittheilen will.

I. Grund, weshalb die bisherige Bestimmung der gegenseitigen Zustrahlung zweier Flächen für den vorliegenden Fall nicht ausreicht.

§. 1. Wenn zwei Körper sich in einem für Wärmestrahlen durchdringlichen Mittel befinden, so senden sie einander durch Strahlung Wärme zu. Von den Strahlen, welche auf einen Körper fallen, wird im Allgemeinen ein Theil absorhirt, während ein anderer theils reflectirt, theils durchgelassen wird, und es ist bekannt, daß das Absorptionsvermögen mit dem Emissionsvermögen in einem einfachen Zusammenhange steht. Da es sich für uns jetzt nicht darum handelt, die Unterschiede und die Gesetzmäßigkeiten, welche in dieser Beziehung stattfinden, zu untersuchen, so wollen wir einen einfachen Fall annehmen, nämlich den, wo die betrachteten Körper von der Art sind, daß sie alle Strahlen, welche auf sie fallen, sofort an der Oberfläche, oder in einer so dünnen Schicht, daß man die Dicke vernachlässigen kann, vollständig absorbiren. Solche Kör-

per hat Kirchhoff in seiner bekannten ausgezeichneten Abhandlung über das Verhältniß zwischen Emission und Absorption ¹⁾ *vollkommen schwarze Körper* genannt.

Körper dieser Art haben auch das größtmögliche Emissionsvermögen, und es war früher schon als sicher angenommen, daß die Stärke ihrer Emission nur von ihrer Temperatur abhängt, so daß alle vollkommen schwarzen Körper bei gleicher Temperatur von gleich großen Stücken ihrer Oberflächen gleich viel Wärme ausstrahlen. Da nun die Strahlen, welche ein Körper aussendet, nicht gleichartig, sondern der Farbe nach verschieden sind, so muß man die Emission in Bezug auf die verschiedenen Farben besonders betrachten, und Kirchhoff hat den obigen Satz dahin erweitert, daß vollkommen schwarze Körper von gleicher Temperatur nicht nur im Allgemeinen, sondern auch von jeder Strahlengattung im Besonderen, gleich viel ausstrahlen. Da auch diese Unterschiede bei unserer Untersuchung nicht in Betracht kommen sollen, so wollen wir im Folgenden immer voraussetzen, daß wir es nur mit einer bestimmten Strahlengattung, oder, genauer ausgedrückt, mit Strahlen, deren Wellenlängen nur innerhalb eines unendlich kleinen Intervalls variiren, zu thun haben. Da dasjenige, was von dieser Strahlengattung gilt, in entsprechender Weise auch von jeder andern Strahlengattung gelten muß, so lassen sich die Resultate, welche für homogene Wärme gefunden sind, ohne Schwierigkeit auch auf solche Wärme ausdehnen, die verschiedene Strahlengattungen gemischt enthält.

Ebenso wollen wir, um unnöthige Complicationen zu vermeiden, von Polarisationserscheinungen absehen und annehmen, daß wir es nur mit unpolarisirten Strahlen zu thun haben. In welcher Weise bei derartigen Betrachtungen die Polarisation zu berücksichtigen ist, ist von Helmholtz und Kirchhoff auseinandergesetzt.

§. 2. Seyen nun irgend zwei Flächen s_1 und s_2 als Oberflächen vollkommen schwarzer Körper von gleicher Temperatur gegeben, und auf ihnen die Elemente ds_1 und

1) Diese Ann. Bd. CLX, S. 275.

ds_2 zur Betrachtung ausgewählt, um die Wärmemengen, welche dieselben sich gegenseitig durch Strahlung zu- senden, zu bestimmen und unter einander zu vergleichen. Wenn das Mittel, welches die Körper umgiebt und den Zwischenraum zwischen ihnen ausfüllt, gleichförmig ist, so daß die Strahlen sich einfach geradlinig von der einen Fläche zur anderen fortpflanzen, so ist leicht zu sehen, daß die Wärmemenge, welche das Element ds_1 nach ds_2 sendet, ebenso groß seyn muß, wie die, welche ds_2 nach ds_1 sendet. Ist dagegen das Mittel, welches die Körper umgiebt, nicht gleichförmig, sondern finden Verschiedenheiten statt, welche Brechungen und Reflexionen der Strahlen veranlassen, so ist der Vorgang weniger einfach, und es bedarf einer eingehenderen Betrachtung, um sich davon zu überzeugen, ob auch in diesem Falle jene vollkommene Reciprocität stattfindet.

Diese Betrachtung ist in sehr eleganter Weise von Kirchhoff ausgeführt, und ich will sein Resultat, so weit es sich auf den Fall bezieht, wo die Strahlen auf ihrem Wege von dem einen Elemente zum anderen keine Schwächung erleiden, wo also die vorkommenden Brechungen und Reflexionen ohne Verlust geschehen und die Fortpflanzung ohne Absorption stattfindet, hier kurz anführen. Dabei werde ich mir nur in der Bezeichnung und in der Wahl der Coordinatensysteme zur besseren Uebereinstimmung mit dem Folgenden einige Aenderungen erlauben.

Wenn zwei Punkte gegeben sind, so kann von den unendlich vielen Strahlen, welche der eine Punkt aussendet, im Allgemeinen nur einer nach dem anderen Punkte gelangen, oder, falls durch Brechungen oder Reflexionen bewirkt wird, daß mehrere Strahlen in dem anderen Punkte zusammentreffen, so ist es doch im Allgemeinen nur eine beschränkte Anzahl von getrennten Strahlen, deren jeden man besonders betrachten kann ¹⁾. Der Weg eines solchen von

1) Die Ausdrucksweise, daß ein Punkt unendlich viele Strahlen aussende, könnte vielleicht im streng mathematischen Sinne als ungenau bezeichnet werden, da die Aussendung von Wärme oder Licht nur von

dem einen Punkte zum anderen gelangenden Strahls ist dadurch bestimmt, daß die Zeit, welche der Strahl auf diesem Wege gebraucht, verglichen mit den Zeiten, welche er auf allen anderen nahe liegenden Wegen zwischen denselben beiden Punkten gebrauchen würde, ein Minimum ist. Dieses Minimum der Zeit ist, wenn man in solchen Fällen, wo mehrere getrennte Strahlen vorkommen, einen einzelnen zur Betrachtung ausgewählt hat, durch die Lage der beiden Punkte bestimmt, und wir wollen es, wie Kirchhoff, mit T bezeichnen.

Indem wir nun zu den beiden Flächenelementen ds_1 und ds_2 zurückkehren, wollen wir uns in einem Punkte jedes Elementes eine Tangentialebene an die betreffende Fläche gelegt denken, und die Elemente ds_1 und ds_2 als Elemente dieser Ebenen betrachten. In jeder dieser Ebenen führen wir ein beliebiges rechtwinkliges Coordinatensystem ein, welches in der einen x_1, y_1 , und in der andern x_2, y_2 heiße¹⁾. Nehmen wir nun in jeder Ebene einen Punkt, so ist die Zeit T , welche der Strahl gebraucht, um vom einen Punkte zum anderen zu gelangen, wie oben gesagt, durch die Lage der beiden Punkte bestimmt, und sie ist

einer Fläche und nicht von einem *mathematischen Punkte* geschehen kann. Es würde darnach genauer seyn, die Aussendung von Wärme oder Licht, statt auf den betrachteten Punkt selbst, vielmehr auf ein bei ihm befindliches Flächenelement zu beziehen. Da indessen schon der Begriff eines Strahles nur eine mathematische Abstraction ist, so kann man, ohne Furcht vor Mißverständnissen, die Vorstellung beibehalten, daß von jedem Punkte einer Fläche unendlich viele Strahlen ausgehen. Wenn es sich darum handelt, die Wärme oder das Licht, welche eine Fläche ausstrahlt, der *Quantität* nach zu bestimmen, so versteht es sich von selbst, daß dabei die Größe der Fläche mit in Betracht kommt, und daß, wenn man die Fläche in Elemente zerlegt, diese Elemente nicht Punkte, sondern unendlich kleine Flächen sind, deren Größe in derjenigen Formel, welche die von einem Flächenelemente ausgestrahlte Wärme- oder Lichtmenge darstellen soll, als Factor vorkommen muß.

- 1) Kirchhoff hat zwei Ebenen, welche auf den Strahlenrichtungen, wie sie in der Nähe der Elemente stattfinden, senkrecht sind, angenommen, und in diese Ebenen hat er die Coordinatensysteme gelegt, und zugleich die Flächenelemente auf diese Ebenen projectirt.

somit als eine Function der vier Coordinaten der beiden Punkte zu betrachten.

Dieses vorausgesetzt gilt für die Wärmemenge, welche das Element ds_1 dem Elemente ds_2 während der Zeiteinheit zusendet, nach Kirchhoff folgender Ausdruck ¹⁾:

$$\frac{e_1}{\pi} \left(\frac{d^2 T}{dx_1 dx_2} \cdot \frac{d^2 T}{dy_1 dy_2} - \frac{d^2 T}{dx_1 dy_2} \cdot \frac{d^2 T}{dy_1 dx_2} \right) ds_1 ds_2,$$

worin π die bekannte Zahl ist, welche das Verhältniß der Kreisperipherie zum Durchmesser ausdrückt, und e_1 die Stärke der Emission der Fläche s_1 an der Stelle, wo das Element ds_1 liegt, bedeutet, in der Weise, daß $e_1 ds_1$ die ganze Wärmemenge darstellt, welche das Element ds_1 während der Zeiteinheit ausstrahlt.

Um die Wärmemenge auszudrücken, welche umgekehrt das Element ds_2 dem Elemente ds_1 zusendet, braucht man in dem vorigen Ausdrucke nur an die Stelle von e_1 die Größe e_2 , die Stärke der Emission der Fläche s_2 , zu setzen. Alles Uebrige bleibt ungeändert, weil es in Bezug auf beide Elemente symmetrisch ist, denn die Zeit T , welche ein Strahl braucht, um den Weg zwischen zwei Punkten der beiden Elemente zu durchlaufen, ist dieselbe, mag der Strahl sich in der einen oder in der entgegengesetzten Richtung bewegen. Nimmt man nun an, daß die Flächen, unter der Voraussetzung gleicher Temperatur, gleich viel Wärme ausstrahlen, daß also $e_1 = e_2$ ist, so ist hiernach die Wärmemenge, welche das Element ds_1 nach ds_2 sendet, ebenso groß, wie die, welche ds_2 nach ds_1 sendet.

§. 3. Es wurde vorher gesagt, zwischen zwei gegebenen Punkten sey im Allgemeinen nur Ein Strahl oder eine beschränkte Anzahl getrennter Strahlen möglich. In besonderen Fällen aber kann es vorkommen, daß *unendlich viele* Strahlen, welche von dem einen Punkte ausgehen und entweder einen in einer Fläche liegenden Winkel, oder auch einen ganzen körperlichen Winkel, oder einen Kegelraum ausfüllen, sich in dem anderen Punkte wieder vereinigen. Dasselbe gilt natürlich von den Lichtstrahlen ebenso,

1) Diese Ann. Bd. CIX, S. 286.

wie von den Wärmestrahlen, und man pflegt in der Optik einen solchen Punkt, wo sämtliche Strahlen, die ein gegebener Punkt innerhalb eines gewissen Kegelraumes aussendet, sich wieder vereinigen, das *Bild* des gegebenen Punktes zu nennen, oder, da bei umgekehrter Strahlenrichtung auch der erste Punkt das Bild des zweiten ist, so nennt man beide Punkte zwei *conjugirte Brennpunkte*. Wenn das, was hier von zwei einzelnen Punkten gesagt ist, von den sämtlichen Punkten zweier Flächen gilt, so daß jeder Punkt der einen Fläche der conjugirte Brennpunkt eines Punktes der anderen Fläche ist, so nennt man die eine Fläche das optische Bild der anderen.

Es fragt sich nun, wie zwischen den Elementen zweier solcher Flächen der Strahlenaustausch stattfindet, ob da auch die obige Reciprocität besteht, daß bei gleicher Temperatur jedes Element der einen Fläche einem Elemente der anderen gerade so viel Wärme zusendet, als es von jenem zurück erhält, und daß daher ein Körper den anderen nicht zu einer höheren Temperatur, als seiner eigenen, erwärmen kann, oder ob in solchen Fällen durch die Concentration der Strahlen die Möglichkeit gegeben ist, daß ein Körper einen anderen zu einer höheren Temperatur erwärmen kann, als er selbst hat.

Auf diesen Fall ist der Kirchhoff'sche Ausdruck nicht direct anwendbar. Ist nämlich die Fläche s_2 ein optisches Bild der Fläche s_1 , so vereinigen sich alle Strahlen, welche ein Punkt p_1 der Fläche s_1 innerhalb eines gewissen Kegelraumes aussendet, in einem bestimmten Punkte p_2 der Fläche s_2 , und alle anderen umliegenden Punkte der Fläche s_2 erhalten von jenem Punkte p_1 keine Strahlen. Es sind also, wenn die Coordinaten x_1, y_1 des Punktes p_1 gegeben sind, die Coordinaten x_2, y_2 des Punktes p_2 nicht mehr willkürlich, sondern sie sind gleich mit bestimmt; und ebenso, wenn die Coordinaten x_2, y_2 gegeben sind, so sind die Coordinaten x_1, y_1 gleich mit bestimmt. Ein Differentialcoefficient von der Form $\frac{dT}{dx_1 dx_2}$, worin bei der Differen-

tiation nach x_1 die Coordinate x_1 als veränderlich betrachtet wird, während die zweite Coordinate y_1 desselben Punktes und die beiden Coordinaten x_2 und y_2 des anderen Punktes als constant vorausgesetzt werden, und ebenso bei der Differentiation nach x_2 die Coordinate x_2 als veränderlich gilt, während y_2 , x_1 und y_1 constant sind, kann demnach keine reelle Gröfse von endlichem Werthe seyn.

Es mufs daher für diesen Fall ein Ausdruck von etwas anderer Form, als der Kirchhoff'sche, abgeleitet werden, und zu diesem Zwecke mögen zunächst einige Betrachtungen ähnlicher Art, wie die, welche Kirchhoff zu seinem Ausdrücke geführt haben, folgen.

II. Bestimmung zusammengehöriger Punkte und zusammengehöriger Flächenelemente in drei von den Strahlen durchschnittenen Ebenen.

§. 4. Es seyen drei Ebenen a , b , c gegeben, von denen b zwischen a und c liege (Fig. 1 Taf. I). In jeder derselben führe man ein rechtwinkliges Coordinatensystem ein, welche mit x_a, y_a ; x_b, y_b und x_c, y_c bezeichnet seyen. Wenn nun in der Ebene a ein Punkt p_a , und in der Ebene b ein Punkt p_b gegeben ist, und man betrachtet den Strahl, welcher von dem einen zum anderen geht, so hat man zur Bestimmung des Weges, welchen dieser Strahl nimmt, die Bedingung, dafs die Zeit, welche der Strahl auf diesem Wege braucht unter den Zeiten, welche er auf allen anderen nahe liegenden Wegen gebrauchen würde, ein Minimum ist. Dieses Minimum der Zeit, welches als Function der Coordinaten der Punkte p_a und p_b , also als Function der vier Gröfsen x_a, y_a, x_b, y_b zu betrachten ist, heifse T_{ab} . Ebenso sey T_{ac} die Zeit des Strahles zwischen zwei Punkten p_a und p_c in den Ebenen a und c , und T_{bc} die Zeit des Strahles zwischen zwei Punkten p_b und p_c in den Ebenen b und c . T_{ac} ist als Function der vier Gröfsen x_a, y_a, x_c, y_c , und T_{bc} als Function der vier Gröfsen x_b, y_b, x_c, y_c anzusehen.

Da nun ein Strahl, welcher durch zwei Ebenen geht, im Allgemeinen auch durch die dritte Ebene schneidet, so

haben wir für jeden Strahl drei Durchschnittspunkte, welche in solcher Beziehung zu einander stehen, daß durch zwei derselben im Allgemeinen der dritte bestimmt ist. Die Gleichungen, welche zu dieser Bestimmung dienen können, lassen sich nach der obigen Bedingung leicht aufstellen.

Wir wollen zunächst annehmen, die Punkte p_a und p_c (Fig. 1 Taf. I) in den Ebenen a und c seyen im Voraus gegeben, dagegen der Punkt, wo der Strahl die Zwischenebene b schneidet, und welchen wir zum Unterschiede von anderen in der Ebene b gelegenen Punkten mit p'_b bezeichnen wollen, sey noch unbekannt. Dann wählen wir in dieser Ebene einen beliebigen Punkt p_b und betrachten zwei Strahlen, die wir Hilfsstrahlen nennen wollen, deren einer von p_a nach p_b , und der andere von p_b nach p_c geht. In der Fig. 1 sind die Hilfsstrahlen punktirt gezeichnet, während der Hauptstrahl, um den es sich eigentlich handelt, welcher direct von p_a nach p_c geht, voll ausgezogen ist¹⁾. Nennen wir, dem Vorigen entsprechend, die Zeiten der beiden Hilfsstrahlen T_{ab} und T_{bc} , und bilden die Summe $T_{ab} + T_{bc}$, so ist der Werth dieser Summe von der Lage des gewählten Punktes p_b abhängig, und die Summe ist daher, sofern die Punkte p_a und p_c als gegeben vorausgesetzt werden, als eine Function der Coordinaten x_b, y_b des Punktes p_b zu betrachten. Unter allen Werthen, welche diese Summe annehmen kann, wenn man dem Punkte p_b verschiedene Lagen in der Nähe des Punktes p'_b giebt, muß nun derjenige, welchen man erhält, wenn man p_b mit p'_b zusammenfallen läßt, und dadurch bewirkt, daß die beiden Hilfsstrahlen Theile des direct von p_a nach p_c gehenden Strahls

1) In der Figur sind die Wege der Strahlen etwas gekrümmt gezeichnet. Dadurch soll nur angedeutet werden, daß der Weg, welchen ein Strahl zwischen zwei gegebenen Punkten zurücklegt, nicht einfach die zwischen den beiden Punkten gezogene gerade Linie zu seyn braucht, sondern daß durch Brechungen oder Reflexionen ein anderer Weg entstehen kann, welcher entweder eine aus mehreren Geraden bestehende gebrochene Linie ist, oder auch, wenn das Mittel, in welchem der Strahl sich fortpflanzt, sich nicht plötzlich, sondern allmählich ändert, eine gekrümmte Linie seyn kann.

werden, ein *Minimum* seyn. Demnach erhält man zur Bestimmung der Coordinaten dieses Punktes p'_s folgende zwei Bedingungsgleichungen:

$$(I) \quad \frac{d(T_{ab} + T_{bc})}{dx_s} = 0; \quad \frac{d(T_{ab} + T_{bc})}{dy_s} = 0.$$

Da die Größen T_{ab} und T_{bc} außer den Coordinaten x_s, y_s des vorher als unbekannt betrachteten Punktes auch die Coordinaten x_a, y_a und x_c, y_c der vorher als gegeben vorausgesetzten Punkte enthalten, so kann man die beiden vorigen Gleichungen, nachdem sie einmal aufgestellt sind, einfach als zwei Gleichungen zwischen den sechs Coordinaten der drei Punkte, in welchen die drei Ebenen von einem Strahle getroffen werden, ansehen. Diese Gleichungen lassen sich daher nicht bloß dazu anwenden, die Coordinaten des in der Mittelebene gelegenen Punktes aus den Coordinaten der beiden anderen Punkte zu bestimmen, sondern können allgemein dazu dienen, irgend zwei der sechs Coordinaten aus den vier übrigen zu bestimmen.

Nun wollen wir ferner annehmen, die beiden Punkte p_a und p_b (Fig. 2 Taf. I), wo der Strahl die beiden Ebenen a und b schneidet, seyen im Voraus gegeben, dagegen der Punkt, wo er die Ebene c trifft, und welchen wir zum Unterschiede von anderen in der Ebene c gelegenen Punkten wieder mit p'_s bezeichnen wollen, sey noch unbekannt. Dann wählen wir in der Ebene c einen beliebigen Punkt p_c , und betrachten zwei Hülfsstrahlen, deren einer von p_a nach p_c , und der andere von p_b nach p_c geht. In der Fig. 2 auf Taf. I sind sie wieder punktirt gezeichnet, während der Hauptstrahl voll ausgezogen ist. Nennen wir die Zeiten der beiden Hülfsstrahlen T_{ac} und T_{bc} , und bilden die Differenz $T_{ac} - T_{bc}$, so ist der Werth dieser Differenz abhängig von der Lage des in der Ebene c gewählten Punktes p_c . Unter den verschiedenen Werthen, welche man erhält, wenn man dem Punkte p_c verschiedene Lagen in der Nähe des Punktes p'_s giebt, muß nun derjenige, welchen man erhält, wenn man p_c mit p'_s zusammenfallen läßt, ein *Maximum* seyn.

In diesem Falle schneidet nämlich der von p_a nach p_c

gehende Strahl die Ebene b in dem gegebenen Punkte p_i , und er besteht daher aus den beiden Strahlen, welche von p_a nach p_i und von p_i nach p_c gehen. Demnach kann man setzen:

$$T_{ac} = T_{ai} + T_{ic}$$

und daraus ergibt sich für die fragliche Differenz in diesem speciellen Falle die Gleichung:

$$T_{ac} - T_{bc} = T_{ai}$$

Fällt dagegen der Punkt p_i nicht mit p_c zusammen, dann fällt auch der von p_a nach p_c gehende Strahl nicht mit den beiden Strahlen, welche von p_a nach p_i und von p_i nach p_c gehen, zusammen, und da der directe Strahl zwischen p_a und p_c die kürzeste Zeit braucht, so muß seyn:

$$T_{ac} < T_{ai} + T_{ic}$$

und demnach hat man für die fragliche Differenz im Allgemeinen die Beziehung:

$$T_{ac} - T_{bc} < T_{ai}$$

Die Differenz $T_{ac} - T_{bc}$ ist somit im Allgemeinen kleiner, als in jenem speciellen Falle, wo der Punkt p_i in der Fortsetzung des von p_a nach p_i gehenden Strahles liegt, und jener specielle Werth der Differenz bildet somit ein Maximum¹⁾. Daraus ergeben sich wieder zwei Bedingungsbedingungen, welche lauten:

$$(2) \quad \frac{d(T_{ac} - T_{bc})}{dx_i} = 0; \quad \frac{d(T_{ac} - T_{bc})}{dy_i} = 0.$$

Nimmt man endlich an, die Punkte p_i und p_c in den Ebenen b und c seyen im Voraus gegeben, und dagegen der Punkt, wo der Strahl die Ebene a trifft, noch unbe-

1) In der Abhandlung von Kirchhoff S. 285 steht von der dort betrachteten GröÙe, welche im Wesentlichen der hier zuletzt betrachteten Differenz entspricht, nur mit dem Unterschiede, daß sie sich auf vier Ebenen statt auf drei bezieht, sie müsse ein *Minimum* seyn. Es kann seyn, daß diese Angabe nur auf einem Druckfehler beruht, und ohnehin würde eine Verwechslung zwischen Maximum und Minimum an jener Stelle ohne weitere Bedeutung seyn, weil der Satz, welcher in den darauf folgenden Rechnungen benutzt wird, daß die Differentialcoefficienten gleich Null seyn müssen, für das Maximum und das Minimum gemeinsam gilt.

kannt, so erhält man aus einer Betrachtung, welche ganz der vorigen entspricht, und welche ich daher nicht weiter ausführen will, die beiden Bedingungsgleichungen:

$$(3) \quad \frac{d(T_{ac} - T_{ab})}{dx_a} = 0; \quad \frac{d(T_{ac} - T_{ab})}{dy_a} = 0.$$

Auf diese Weise sind wir zu drei Paar Gleichungen gelangt, von denen jedes Paar dazu dienen kann, die gegenseitige Beziehung der drei Punkte, in welchen ein Strahl die drei Ebenen a , b , c schneidet, auszudrücken, so daß, wenn zwei der Punkte gegeben sind, der dritte gefunden werden kann, oder noch allgemeiner, wenn von den sechs Coordinaten der drei Punkte vier gegeben sind, die beiden anderen sich bestimmen lassen.

§. 5. Wir wollen nun folgenden Fall betrachten. In einer der drei Ebenen, z. B. in a , sey ein Punkt p_a gegeben, und in einer zweiten, z. B. in b , ein Flächenelement, welches wir ds_b nennen wollen. Wenn nun von p_a aus Strahlen nach den verschiedenen Punkten des Elementes ds_b gehen, und man denkt sich dieselben fortgesetzt, bis sie die dritte Ebene c schneiden, so treffen alle diese Strahlen die Ebene c im Allgemeinen auch in einem unendlich kleinen Flächenelemente, welches wir ds_c nennen wollen (s. Fig. 3 Taf. I). Es soll nun das Verhältniß zwischen den Flächenelementen ds_b und ds_c bestimmt werden.

In diesem Falle sind von den sechs Coordinaten, welche bei jedem Strahle in Betracht kommen (den Coordinaten der drei Punkte, in welchen der Strahl die drei Ebenen schneidet), zwei, nämlich x_a und y_a , im Voraus gegeben. Wenn dann für die Coordinaten x_b und y_b irgend welche Werthe angenommen werden, so sind dadurch im Allgemeinen die Coordinaten x_c und y_c gleich mit bestimmt. Man kann also in diesem Falle jede der Coordinaten x_c und y_c als eine Function der beiden Coordinaten x_b und y_b betrachten. Giebt man nun dem Flächenelement ds_b in der Ebene b , dessen Gestalt willkürlich ist, die Gestalt eines Rechteckes $dx_b dy_b$, und sucht zu jedem Punkte seines Umfanges den entsprechenden Punkt in der Ebene c , so

erhält man hier ein unendlich kleines Parallelogramm, welches das entsprechende Flächenelement ds_e bildet. Die Gröfse dieses Parallelogrammes wird, wie man sich durch einfache geometrische Betrachtungen überzeugen kann, abgesehen vom Vorzeichen, durch

$$\left(\frac{dx_e}{dx_b} \cdot \frac{dy_e}{dy_b} - \frac{dx_e}{dy_b} \cdot \frac{dy_e}{dx_b} \right) dx_b dy_b$$

dargestellt. Wir wollen den Umstand, dafs wir bei der Bestimmung des Flächenelementes von dem positiven oder negativen Vorzeichen absehen und nur die absolute Gröfse betrachten, dadurch ausdrücken, dafs wir vor den Differentialausdruck, welcher möglicher Weise positiv oder negativ werden kann, die Buchstaben *v. n.* (*valor numericus*) setzen. Dann können wir schreiben:

$$(4) \quad ds_e = v. n. \left(\frac{dx_e}{dx_b} \cdot \frac{dy_e}{dy_b} - \frac{dx_e}{dy_b} \cdot \frac{dy_e}{dx_b} \right) ds_b.$$

Um die Abhängigkeit der Coordinaten x_e und y_e von den Coordinaten x_b und y_b zu bestimmen, müssen wir eines der drei Paare von Gleichungen in §. 4 anwenden. Wir wollen dazu zuerst die Gleichungen (1) wählen. Wenn man diese beiden Gleichungen nach x_b und nach y_b differentiirt, indem man bedenkt, dafs jede der mit T bezeichneten Gröfsen von den drei Paaren von Coordinaten $x_a, y_a; x_b, y_b; x_e, y_e$ zwei Paare enthält, welche durch die Indices angedeutet sind, und wenn man bei der Differentiation x_e und y_e als Functionen von x_b und y_b behandelt, während man x_a und y_a als constant voraussetzt, so erhält man folgende vier Gleichungen:

$$(5) \quad \begin{cases} \frac{d^2(T_{ab} + T_{be})}{(dx_b)^2} + \frac{d^2 T_{be}}{dx_b dx_e} \cdot \frac{dx_e}{dx_b} + \frac{d^2 T_{be}}{dx_b dy_e} \cdot \frac{dy_e}{dx_b} = 0 \\ \frac{d^2(T_{ab} + T_{be})}{dx_b dy_b} + \frac{d^2 T_{be}}{dx_b dx_e} \cdot \frac{dx_e}{dy_b} + \frac{d^2 T_{be}}{dx_b dy_e} \cdot \frac{dy_e}{dy_b} = 0 \\ \frac{d^2(T_{ab} + T_{be})}{dx_b dy_b} + \frac{d^2 T_{be}}{dy_b dx_e} \cdot \frac{dx_e}{dx_b} + \frac{d^2 T_{be}}{dy_b dy_e} \cdot \frac{dy_e}{dx_b} = 0 \\ \frac{d^2(T_{ab} + T_{be})}{(dy_b)^2} + \frac{d^2 T_{be}}{dy_b dx_e} \cdot \frac{dx_e}{dy_b} + \frac{d^2 T_{be}}{dy_b dy_e} \cdot \frac{dy_e}{dy_b} = 0. \end{cases}$$

Wenn wir mit Hülfe dieser Gleichungen die vier Differentialcoefficienten $\frac{dx_c}{dx_b}, \frac{dx_c}{dy_b}, \frac{dy_c}{dx_b}, \frac{dy_c}{dy_b}$ bestimmen, und die gefundenen Werthe in die Gleichung (4) einsetzen, so erhalten wir die gesuchte Beziehung zwischen den Flächenelementen ds_b und ds_c . Um das Resultat, welches sich auf diese Weise ergibt, kürzer schreiben zu können, wollen wir folgende Zeichen einführen:

$$(6) \quad A = v. n. \left(\frac{d^2 T_{bc}}{dx_b dx_c} \cdot \frac{d^2 T_{bc}}{dy_b dy_c} - \frac{d^2 T_{bc}}{dx_b dy_c} \cdot \frac{d^2 T_{bc}}{dy_b dx_c} \right)$$

$$(7) \quad E = v. n. \left\{ \frac{d^2 (T_{ab} + T_{bc})}{(dx_b)^2} \cdot \frac{d^2 (T_{ab} + T_{bc})}{(dy_b)^2} - \left[\frac{d^2 (T_{ab} + T_{bc})}{dx_b dy_b} \right]^2 \right\}.$$

Dann kann man die gesuchte Beziehung in folgender Gleichung schreiben:

$$(8) \quad \frac{ds_c}{ds_b} = \frac{E}{A}.$$

Nehmen wir nun in entsprechender Weise an, es sey in der Ebene c (Fig. 4 Taf. I) ein bestimmter Punkt p_c gegeben, und suchen in der Ebene a das Flächenelement ds_a , welches dem in der Ebene b gegebenen Elemente ds_b entspricht, so können wir das Resultat aus dem vorigen einfach dadurch ableiten, dafs wir überall die Indices a und c vertauschen. Führen wir zur Abkürzung noch das Zeichen ein:

$$(9) \quad C = v. n. \left(\frac{d^2 T_{ab}}{dx_a dx_b} \cdot \frac{d^2 T_{ab}}{dy_a dy_b} - \frac{d^2 T_{ab}}{dx_a dy_b} \cdot \frac{d^2 T_{ab}}{dy_a dx_b} \right)$$

so kommt:

$$(10) \quad \frac{ds_a}{ds_b} = \frac{E}{C}.$$

Nehmen wir endlich an, es sey in der Ebene b ein bestimmter Punkt p_b gegeben (Fig. 5 Taf. I) und wählen in der Ebene a irgend ein Flächenelement ds_a und denken uns, von den verschiedenen Punkten dieses Elementes gehen Strahlen durch den Punkt p_b , welche wir uns bis zur Ebene c fortgesetzt denken; und suchen wir nun die Gröfse des Flächenelementes ds_c , in welchem diese sämtlichen Strahlen die Ebene c treffen, so finden wir unter Anwendung der vorher eingeführten Zeichen:

$$(11) \quad \frac{ds_a}{ds_b} = \frac{C}{A}.$$

Man sieht hieraus, daß die beiden in diesem Falle zusammengehörigen Flächenelemente sich zu einander gerade so verhalten, wie die beiden Flächenelemente, welche man erhält, wenn in der Ebene b ein bestimmtes Element ds_b gegeben ist, und man dazu erst in der Ebene a und darauf in der Ebene c einen Punkt als Ausgangspunkt der Strahlen annimmt, und dann jedesmal in der dritten Ebene das dem Elemente ds_b entsprechende Flächenelement bestimmt.

§. 6. Bei den Rechnungen des vorigen §. ist unter den drei Paaren von Gleichungen des §. 4, welche dazu benutzt werden können, nur das erste angewandt. Man kann nun aber in derselben Weise die Rechnungen auch mit den beiden anderen Paaren (2) und (3) ausführen. Durch jedes Paar von Gleichungen gelangt man zu drei Gröfsen der Art, wie die vorher mit A , C und E bezeichneten, welche dazu dienen können, die Verhältnisse der Flächenelemente auszudrücken. Unter den neun Gröfsen, welche man auf diese Weise im Ganzen erhält, kommen aber dreimal je zwei vor, welche unter einander gleich sind, wodurch sich die Anzahl der Gröfsen auf sechs reducirt. Die Ausdrücke dieser sechs Gröfsen will ich hier der Vollständigkeit wegen zusammenstellen, obwohl drei davon schon früher mitgetheilt sind.

$$(I) \quad \left. \begin{aligned} A &= v. n. \left(\frac{d^2 T_{bc}}{dx_b dx_c} \cdot \frac{d^2 T_{bc}}{dy_b dy_c} - \frac{d^2 T_{bc}}{dx_b dy_c} \cdot \frac{d^2 T_{bc}}{dy_b dx_c} \right) \\ B &= v. n. \left(\frac{d^2 T_{ac}}{dx_a dx_c} \cdot \frac{d^2 T_{ac}}{dy_a dy_c} - \frac{d^2 T_{ac}}{dx_a dy_c} \cdot \frac{d^2 T_{ac}}{dy_a dx_c} \right) \\ C &= v. n. \left(\frac{d^2 T_{ab}}{dx_a dx_b} \cdot \frac{d^2 T_{ab}}{dy_a dy_b} - \frac{d^2 T_{ab}}{dx_a dy_b} \cdot \frac{d^2 T_{ab}}{dy_a dx_b} \right) \\ D &= v. n. \left\{ \frac{d^2 (T_{ac} - T_{ab})}{(dx_a)^2} \cdot \frac{d^2 (T_{ac} - T_{ab})}{(dy_a)^2} - \left[\frac{d^2 (T_{ac} - T_{ab})}{dx_a dy_a} \right]^2 \right\} \\ E &= v. n. \left\{ \frac{d^2 (T_{ab} + T_{bc})}{(dx_b)^2} \cdot \frac{d^2 (T_{ab} + T_{bc})}{(dy_b)^2} - \left[\frac{d^2 (T_{ab} + T_{bc})}{dx_b dy_b} \right]^2 \right\} \\ F &= v. n. \left\{ \frac{d^2 (T_{ac} - T_{bc})}{(dx_c)^2} \cdot \frac{d^2 (T_{ac} - T_{bc})}{(dy_c)^2} - \left[\frac{d^2 (T_{ac} - T_{bc})}{dx_c dy_c} \right]^2 \right\}. \end{aligned} \right.$$

Mit Hülfe dieser sechs Größen kann man jedes Verhältniß zweier Flächenelemente durch drei verschiedene Brüche darstellen, wie es die folgende tabellarische Zusammenstellung zeigt.

$$(II) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{ds_c}{ds_b} = \frac{E}{A} = \frac{A}{F} = \frac{C}{B} \\ \frac{ds_b}{ds_a} = \frac{C}{E} = \frac{B}{A} = \frac{D}{C} \\ \frac{ds_a}{ds_c} = \frac{A}{C} = \frac{F}{B} = \frac{B}{D} \end{array} \right.$$

Wie man leicht sieht, beziehen sich die drei Horizontalreihen auf die drei Fälle, wo entweder in der Ebene a , oder in c , oder in b ein bestimmter Punkt angenommen ist, durch den die Strahlen gehen müssen. Von den drei Vertikalreihen der Brüche, welche die Verhältnisse der Flächenelemente darstellen, ist die erste aus den Gleichungen (1), die zweite aus den Gleichungen (2), und die dritte aus den Gleichungen (3) des §. 4 abgeleitet.

Da die drei Brüche, welche ein bestimmtes Verhältniß zweier Flächenelemente darstellen, unter einander gleich seyn müssen, so erhält man zwischen den sechs Größen, aus welchen die Brüche gebildet sind, folgende Gleichungen:

$$(12) \quad D = \frac{BC}{A}; \quad E = \frac{CA}{B}; \quad F = \frac{AB}{C}.$$

$$(13) \quad A^2 = EF; \quad B^2 = FD; \quad C^2 = DE.$$

Mit diesen sechs Größen sind nun die weiteren Rechnungen anzustellen, und da jedes Verhältniß je zweier Flächenelemente durch drei verschiedene Brüche dargestellt ist, so hat man unter diesen die Wahl, und kann in jedem speciellen Falle den Bruch anwenden, welcher für diesen Fall der geeignetste ist.

III. Bestimmung der gegenseitigen Zustrahlung für den Fall, daß keine Concentration der Strahlen stattfindet.

§. 7. Wir wollen zunächst denselben Fall betrachten, auf welchen der Kirchhoff'sche Ausdruck sich bezieht,

indem wir zu bestimmen suchen, wieviel Wärme zwei Flächenelemente sich gegenseitig zusenden, unter der Voraussetzung, daß jeder Punkt des einen Elementes von jedem Punkte des anderen einen Strahl und auch nur Einen Strahl, oder höchstens eine beschränkte Anzahl von einzelnen Strahlen, die man gesondert betrachten kann, erhält.

Seyen zwei Elemente ds_a und ds_c in den Ebenen a und c (Fig. 6 Taf. I) gegeben, so wollen wir zuerst die Wärme bestimmen, welche das Element ds_a dem Elemente ds_c zusendet.

Dazu denken wir uns die Mittelebene b parallel der Ebene a gelegt in einem Abstände ϱ , welchen wir als so klein voraussetzen, daß bei jedem von ds_a nach ds_c gehenden Strahle der Theil, welcher zwischen den Ebenen a und b liegt, als geradlinig, und das Mittel, welches er auf dieser Strecke durchläuft, als homogen anzusehen ist. Nehmen wir nun in dem Elemente ds_a irgend einen Punkt, und betrachten das Strahlenbüschel, welches von diesem Punkte aus nach dem Elemente ds_c geht, so schneidet dieses die Ebene b in einem Elemente ds_b , dessen Gröfse durch einen der drei in der obersten Horizontalreihe von (II) stehenden Brüche ausgedrückt werden kann. Wir wollen den letzten Bruch wählen, und erhalten dadurch die Gleichung:

$$(14) \quad ds_b = \frac{B}{C} ds_a.$$

Die hierin vorkommende Gröfse C läßt sich nun in diesem Falle wegen der eigenthümlichen Lage der Ebene b in eine besonders einfache Form bringen.

Es sey, wie es auch von Kirchhoff geschehen ist, das Coordinatensystem in b so gewählt, daß es dem Coordinatensysteme in der parallelen Ebene a vollkommen correspondirt. Nämlich die Anfangspunkte beider Coordinatensysteme sollen in einer auf beiden Ebenen senkrechten Geraden liegen, und die Coordinaten des einen Systemes sollen den entsprechenden des anderen Systemes parallel seyn. Dann ist der Abstand r zwischen zwei in den bei-

den Ebenen liegenden Punkten mit den Coordinaten x , y und x_1 , y_1 bestimmt durch die Gleichung:

$$(15) \quad r = \sqrt{\varrho^2 + (x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2}.$$

Denken wir uns nun einen Strahl von dem einen dieser Punkte nach dem anderen gehend, so wird die Länge seines Weges, da die Fortpflanzung zwischen beiden Ebenen als geradlinig vorausgesetzt wird, einfach durch den Abstand r der beiden Punkte dargestellt, und wenn wir die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in der Nähe der Ebene a , welche sich der Voraussetzung nach auf der Strecke bis zur Ebene b nicht merklich ändert, mit v_a bezeichnen, so ist die Zeit, welche der Strahl auf dieser Strecke gebraucht, bestimmt durch die Gleichung:

$$T_{ab} = \frac{r}{v_a}.$$

Demgemäß läßt sich der Ausdruck von C so schreiben:

$$C = v_a \cdot n \cdot \frac{1}{v_a^2} \left(\frac{d^2 r}{dx_a dx_1} \cdot \frac{d^2 r}{dy_a dy_1} - \frac{d^2 r}{dx_a dy_1} \cdot \frac{d^2 r}{dy_a dx_1} \right).$$

Setzt man hierin für r seinen Werth aus (15), so kommt:

$$(16) \quad C = \frac{1}{v_a^2} \frac{\varrho^2}{r^4}.$$

Hierdurch geht die Gleichung (14) über in:

$$(17) \quad ds_1 = v_a^2 \frac{r^4}{\varrho^2} B ds_2.$$

Bezeichnen wir noch den Winkel, welchen das betrachtete, von einem Punkte des Elementes ds_2 ausgehende unendlich schmale Strahlenbüschel mit der auf dem Elemente errichteten Normale bildet, mit ϑ , so ist

$$\cos \vartheta = \frac{\varrho}{r},$$

und man kann daher der vorigen Gleichung auch folgende Form geben:

$$(18) \quad ds_1 = \frac{v_a^2 r^2}{\cos^2 \vartheta} B ds_2.$$

§. 8. Nachdem die Größe des Flächenelementes ds , bestimmt ist, läßt sich auch die Wärmemenge, welche das Element ds_2 dem Elemente ds_1 zusendet, leicht ausdrücken.

Von jedem Punkte des Elementes ds_s geht nämlich nach ds_s ein unendlich schmales Strahlenbüschel, und die Kegelöffnungen der von den verschiedenen Punkten ausgehenden Büschel sind als gleich anzusehen. Die Gröfse der Kegelöffnung eines solchen Strahlenbüschels wird bestimmt durch die Gröfse und Lage jenes Flächenelementes ds_s , in welchem der Kegel die Ebene b schneidet. Um diese Kegelöffnung geometrisch auszudrücken, denken wir uns um den betreffenden Punkt, von dem die Strahlen ausgehen, mit dem Radius ϱ eine Kugelfläche geschlagen, innerhalb deren wir die Fortpflanzung der Strahlen als geradlinig betrachten. Nennen wir dann das Flächenelement, in welchem diese Kugelfläche von dem Strahlenkegel geschnitten wird, $d\sigma$, so stellt der Bruch $\frac{d\sigma}{\varrho^2}$ die Oeffnung des Kegels dar.

Da nun das Flächenelement ds_s von der Spitze des Kegels um die Strecke r entfernt ist, und die auf ds_s errichtete Normale, welche mit der vorher erwähnten, auf ds_s errichteten parallel ist, mit dem unendlich schmalen Strahlenkegel den Winkel ϑ bildet, so hat man die Gleichung:

$$(19) \quad \frac{d\sigma}{\varrho^2} = \frac{\cos \vartheta \cdot ds_s}{r^2},$$

und wenn man hierin für ds_s den in (18) gegebenen Ausdruck setzt, so kommt:

$$(20) \quad \frac{d\sigma}{\varrho^2} = \frac{v_s^2}{\cos \vartheta} B ds_e.$$

Es kommt nun darauf an, zu bestimmen, wie grofs derjenige Theil der von dem Elemente ds_s ausgesandten Wärme ist, welcher dieser unendlich schmalen Kegelöffnung entspricht, oder, mit anderen Worten, wie viel Wärme das Element ds_s durch jenes auf der Kugelfläche bestimmte Element $d\sigma$ sendet. Diese Wärmemenge ist erstens proportional der Gröfse des ausstrahlenden Elementes ds_s , ferner proportional der Gröfse der Kegelöffnung, also dem Bruche $\frac{d\sigma}{\varrho^2}$, und endlich, nach dem bekannten Ausstrahlungsgesetze, proportional dem Cosinus des Winkels ϑ , welchen der un-

endlich schmale Strahlenkegel mit der Normale bildet. Man kann sie also ausdrücken durch das Product:

$$\varepsilon \cos \vartheta \frac{d\sigma}{\varrho^2} ds_a,$$

worin ε ein von der Temperatur des Flächenelementes abhängiger Factor ist. Zur Bestimmung dieses Factors haben wir die Bedingung, daß die Wärmemenge, welche das Element ds_a im Ganzen ausstrahlt, also der ganzen über der Ebene a befindlichen Halbkugel zustrahlt, gleich dem Producte $e_a ds_a$ seyn muß, worin e_a die Stärke der Emission der Ebene a an der Stelle, wo das Element ds_a liegt, bedeutet. Man erhält also die Gleichung:

$$\frac{\varepsilon}{\varrho^2} \int \cos \vartheta d\sigma = e_a,$$

worin die Integration über die Halbkugel auszudehnen ist, und daraus folgt:

$$\varepsilon \pi = e_a.$$

Wenn man den hierdurch bestimmten Werth von ε in den obigen Ausdruck einsetzt, so erhält man für die Wärmemenge, welche das Element ds_a durch $d\sigma$ sendet, die Formel:

$$\frac{e_a}{\pi} \cos \vartheta \frac{d\sigma}{\varrho^2} ds_a.$$

In diese Formel hat man nun für den Bruch $\frac{d\sigma}{\varrho^2}$ den oben gewonnenen und in Gleichung (20) angegebenen Werth zu setzen, um den gesuchten Ausdruck der Wärmemenge, welche das Element ds_a dem Elemente ds_c zusendet, zu erhalten, nämlich:

$$e_a v_a^2 \frac{B}{\pi} ds_a ds_c.$$

Sucht man in ganz derselben Weise die Wärmemenge, welche umgekehrt das Element ds_c dem Elemente ds_a zusendet, und bezeichnet dabei die Stärke der Emission der Ebene c an der Stelle, wo das Element ds_c liegt, mit e_c und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Strahlen in der Nähe des Elementes mit v_c , so findet man:

$$e_a v_a^2 \frac{B}{\pi} ds_a ds_e.$$

§. 9. Diese im vorigen §. gewonnenen Ausdrücke sind im Uebrigen gleich dem in §. 2 mitgetheilten Kirchhoff'schen Ausdrücke, nur darin unterscheiden sie sich von demselben, daß sie noch das Quadrat der Fortpflanzungsgeschwindigkeit als Factor enthalten, welches in Kirchhoff's Ausdrücke nicht vorkommt, indem Kirchhoff an der betreffenden Stelle nur von der Fortpflanzungsgeschwindigkeit *im leeren Raume* spricht, und diese als Einheit nimmt. Da nun aber die Körper, deren gegenseitige Zustrahlung man betrachtet, sich möglicher Weise in verschiedenen Mitteln befinden können, in denen die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten verschieden sind, so ist für solche Fälle dieser Factor nicht unwesentlich, und sein Vorkommen führt sofort zu einem eigenthümlichen, theoretisch interessanten Schlusse.

Wie in §. 1 erwähnt wurde, nahm man bisher an, daß bei vollkommen schwarzen Körpern die Stärke der Emission nur von der Temperatur abhängt, so daß also zwei solche Körper bei gleicher Temperatur von gleichen Stücken ihrer Oberflächen gleich viel Wärme ausstrahlen. Daß die Natur des umgebenden Mittels auch einen Einfluß auf die Stärke der Ausstrahlung haben könne, ist meines Wissens noch nirgends zur Sprache gebracht. Da nun aber in den beiden obigen Ausdrücken für die gegenseitige Zustrahlung zweier Elemente ein Factor vorkommt, der von der Natur des Mittels abhängt, so ist dadurch die Nothwendigkeit, das Mittel zu berücksichtigen, und zugleich die Möglichkeit, seinen Einfluß zu bestimmen, gegeben.

Wenn man aus jenen beiden Ausdrücken ein Verhältniß bildet, und dann denjenigen Factor, welcher in beiden Gliedern gemeinsam vorkommt, nämlich $\frac{B}{\pi} ds_a ds_e$, forthebt, so ergibt sich, daß die Wärmemenge, welche das Element ds_a dem Elemente ds_e zusendet, sich zu derjenigen, welche das Element ds_e dem Elemente ds_a zusendet, verhält wie

$$e_a v_a^2 : e_e v_e^2.$$

Wollte man nun annehmen, daß bei gleicher Temperatur die Ausstrahlung unbedingt gleich sey, auch wenn die den beiden Elementen angrenzenden Mittel verschieden sind, so müßte man für gleiche Temperatur $e_a = e_e$ setzen, und es würden dann die Wärmemengen, welche sich beide Elemente gegenseitig zustrahlen, nicht gleich seyn, sondern sich wie $v_a^2 : v_e^2$ verhalten. Daraus würde folgen, daß zwei Körper, welche sich in verschiedenen Mitteln befinden, z. B. der eine in Wasser und der andere in Luft, durch gegenseitige Zustrahlung nicht ihre Temperaturen auszugleichen suchen, sondern daß der eine den anderen durch Zustrahlung zu einer höheren Temperatur erwärmen könnte, als er selbst hat.

Gesteht man dagegen jenen von mir als Grundsatz hingestellten Satz, daß die Wärme nicht von selbst aus einem kälteren in einen wärmeren Körper übergehen kann, ganz allgemein als richtig zu, so muß man die gegenseitige Zustrahlung zweier vollkommen schwarzer Flächenelemente von gleicher Temperatur als gleich betrachten, und somit setzen:

$$(21) \quad e_a v_a^2 = e_e v_e^2,$$

Daraus folgt die Proportion:

$$(22) \quad e_a : e_e = v_e^2 : v_a^2,$$

oder auch, da das Verhältniß der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten gleich dem umgekehrten Verhältnisse der Brechungscoefficienten der beiden Mittel ist, welche wir mit n_a und n_e bezeichnen wollen, die Proportion:

$$(23) \quad e_a : e_e = n_e^2 : n_a^2.$$

Hiernach ist also *die Ausstrahlung vollkommen schwarzer Körper bei gleicher Temperatur in verschiedenen Mitteln verschieden, und verhält sich umgekehrt, wie die Quadrate der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten in den Mitteln, oder direct wie die Quadrate ihrer Brechungscoefficienten.* Die Ausstrahlung in Wasser muß sich somit zu der in Luft annähert wie $(\frac{4}{3})^2 : 1$ verhalten.

Berücksichtigt man den Umstand, daß in der von einem vollkommen schwarzen Körper ausgestrahlten Wärme Strah-

len von sehr verschiedenen Farben vorkommen, und giebt man als richtig zu, daß die Gleichheit der gegenseitigen Zustrahlung nicht bloß für die Wärme im Ganzen, sondern auch für jede Farbe im Einzelnen gelten muß, so erhält man für jede Farbe eine Proportion der Art, wie (22) und (23), worin aber das an der rechten Seite stehende Verhältniß, welchem das Verhältniß der Ausstrahlungen gleich gesetzt ist, etwas verschiedene Werthe hat.

Will man endlich statt der vollkommen schwarzen Körper auch Körper von anderer Natur betrachten, bei denen nicht vollkommene, sondern nur theilweise Absorption der auffallenden Wärmestrahlen stattfindet, so muß man statt der Emission einen Bruch, welcher die Emission als Zähler und den Absorptionscoefficienten als Nenner hat, in die Formeln einführen, und erhält dann für diesen Bruch entsprechende Beziehungen, wie vorher für die Emission allein. Auf diese Verallgemeinerung des Resultates, bei welcher auch der Einfluß der Strahlenrichtung auf die Emission und Absorption zur Sprache kommen würde, brauche ich hier nicht einzugehen, weil sie sich bei angemessener Betrachtung des Gegenstandes von selbst ergibt.

IV. Bestimmung der gegenseitigen Zustrahlung zweier Flächenelemente für den Fall, daß das eine Flächenelement das optische Bild des anderen ist.

§. 10. Wir wollen nun zu dem Falle übergehen, wo die bisher gemachte Voraussetzung, daß die Ebenen a und c , soweit sie in Betracht kommen, ihre Strahlen in der Weise austauschen, daß von jedem Punkte der einen nach jedem Punkte der anderen ein Strahl, und auch nur Ein Strahl, oder höchstens eine beschränkte Anzahl von einzelnen Strahlen gelange, nicht erfüllt ist. Die Strahlen, welche von den Punkten der einen Ebene divergirend ausgehen, können durch Brechungen oder Reflexionen convergirend werden, und in der anderen Ebene wieder zusammentreffen, so daß es für einen in der Ebene a zur Betrachtung ausgewählten Punkt p , in der Ebene c einen oder mehrere

Punkte oder Linien giebt, in welchen sich unendlich viele vom Punkte p_a kommende Strahlen schneiden, während andere Stellen der Ebene c gar keine Strahlen von jenem Punkte erhalten. Natürlich findet in einem solchen Falle auch mit den Strahlen, welche von der Ebene c ausgehend nach der Ebene a gelangen, das Entsprechende statt, da die zwischen den beiden Ebenen hin- und zurückgehenden Strahlen gleiche Wege beschreiben.

Unter den unendlich vielen verschiedenen Fällen dieser Art wollen wir, der gröfseren Anschaulichkeit wegen, zunächst den extremen Fall behandeln, wo alle Strahlen, welche der Punkt p_a der Ebene a innerhalb eines gewissen endlichen Kegelraumes aussendet, in einem einzelnen Punkte p_c der Ebene c wieder zusammentreffen, wie es in Fig. 7 Taf. I angedeutet ist. Dieser Fall tritt z. B. ein, wenn die Richtungsänderung der Strahlen durch einen sphärischen Spiegel oder eine Linse, oder auch durch irgend ein System von centrirtten Spiegeln oder Linsen bewirkt ist, und wenn man von der dabei stattfindenden sphärischen und chromatischen Aberration absieht, wobei zu bemerken ist, dafs die chromatische Aberration hier ohnehin nicht zu berücksichtigen ist, da wir uns von vorne herein auf die Betrachtung homogener Strahlen beschränkt haben. Zwei in der angegebenen Weise zusammengehörige Punkte, welche den Ausgangs- und den Vereinigungspunkt der Strahlen bilden, werden, wie schon oben erwähnt, *conjugirte Brennpunkte* genannt.

In einem solchen Falle sind für jeden der betreffenden Strahlen durch die Coordinaten x_a, y_a des Ausgangspunktes p_a auch die Coordinaten x_c, y_c des Punktes p_c , wo der Strahl die Ebene c trifft, gleich mit bestimmt. Die übrigen in der Nähe von p_c liegenden Punkte der Ebene c erhalten vom Punkte p_a keine Strahlen, weil es nach ihnen hin keinen Weg giebt, der die Eigenschaft hätte, dafs die Zeit, welche der Strahl auf diesem Wege gebraucht, verglichen mit der Zeit, welche er auf jedem anderen nahe liegenden Wege gebrauchen würde, im mathematischen

Sinne ein Minimum ist. Demnach kann auch die Gröſſe T_{aa} , welche dieses Minimum der Zeit darstellt, für keinen der um p_a gelegenen Punkte, sondern nur für den Punkt p_a selbst einen reellen Werth haben. Die Differentialcoefficienten von T_{aa} , in denen die Coordinaten x_a, y_a als constant, und gleichzeitig eine der Coordinaten x_a, y_a als veränderlich, oder umgekehrt x_a, y_a als constant, und zugleich eine der Coordinaten x_a, y_a als veränderlich vorausgesetzt werden, können somit keine endlichen reellen Gröſſen seyn. Daraus ergibt sich, daſs von den sechs durch Gleichung (1) bestimmten Gröſſen A, B, C, D, E, F die drei B, D, F , welche Differentialcoefficienten von T_{aa} enthalten, in unserem gegenwärtigen Falle nicht anwendbar sind.

Die drei anderen Gröſſen A, C, E dagegen enthalten nur Differentialcoefficienten der Gröſſen T_{ab} und T_{bc} . Wenn wir nun annehmen, die Ebene b sey so gewählt, daſs zwischen ihr und den beiden Ebenen a und c , soweit wir die Ebenen betrachten, der Strahlenaustausch in der oben vorausgesetzten Weise stattfinde, daſs von jedem Punkte der Ebene b nach jedem Punkte der Ebenen a und c ein Strahl und auch nur Ein Strahl, oder höchstens eine beschränkte Anzahl von einzelnen Strahlen geht, so haben die Gröſſen T_{ab} und T_{bc} und ihre Differentialcoefficienten für alle in Betracht kommende Punkte reelle und nicht unendlich groſſe Werthe. Die Gröſſen A, C und E sind daher im gegenwärtigen Falle ebenso gut, wie in dem früher betrachteten anwendbar.

Eine dieser Gröſſen, nämlich E , nimmt in diesem Falle einen speciellen Werth an, der sich sofort ableiten läſst. Für die drei Punkte, in welchen ein Strahl die drei Ebenen a, b, c schneidet, müssen die beiden unter (1) gegebenen Gleichungen gelten:

$$\frac{d(T_{ab} + T_{bc})}{dx_b} = 0; \quad \frac{d(T_{ab} + T_{bc})}{dy_b} = 0.$$

Da nun in unserem gegenwärtigen Falle durch die Lage der beiden Punkte p_a und p_c in den Ebenen a und c die Lage des Punktes, wo der Strahl die Ebene b schneidet, nicht bestimmt ist, sondern die Ebene b in allen Punkten

eines gewissen endlichen Flächenraumes geschnitten werden kann, so müssen die beiden vorigen Gleichungen für alle diese Punkte gültig seyn, woraus folgt, daß man durch Differentiation dieser Gleichungen nach x , und y , ebenfalls wieder gültige Gleichungen erhalten muß, also:

$$(24) \quad \frac{d^2(T_{ab} + T_{bc})}{dx^2} = 0; \quad \frac{d^2(T_{ab} + T_{bc})}{dx dy} = 0; \quad \frac{d^2(T_{ab} + T_{bc})}{dy^2} = 0.$$

Wendet man diese Gleichungen auf diejenige der Gleichungen (I) an, durch welche E bestimmt wird, so kommt:

$$(25) \quad E = 0.$$

Die beiden anderen Größen A und C haben im Allgemeinen endliche Werthe, welche je nach Umständen verschieden sind, und diese müssen nun zu den folgenden Bestimmungen angewandt werden.

§. 11. Es sey angenommen, das Element ds_a der Ebene a habe ein optisches Bild, welches in die Ebene c fällt, und welches wir ds_c nennen wollen, so daß also jeder Punkt des Elementes ds_a einen Punkt des Elementes ds_c zum conjugirten Brennpunkte hat, und umgekehrt. Es soll nun untersucht werden, ob die Wärmemengen, welche diese Flächenelemente, wenn sie als Elemente der Oberflächen zweier vollkommen schwarzer Körper von gleicher Temperatur betrachtet werden, sich gegenseitig zusenden, gleich sind.

Um zunächst das zu dem gegebenen Elemente ds_a gehörige Bild ds_c seiner Lage und Größe nach zu bestimmen, nehmen wir in der Zwischenebene b irgend einen Punkt p , an, und denken uns von sämtlichen Punkten des Elementes ds_a Strahlen durch diesen Punkt p , gehend. Jeder dieser Strahlen trifft die Ebene c in dem conjugirten Brennpunkte desjenigen Punktes, von welchem er ausgegangen ist, und somit ist das Flächenelement, in welchem dieses Strahlenbüschel die Ebene c schneidet, gerade das mit ds_c bezeichnete optische Bild des Elementes ds_a . Wir können daher, um das Bild ds_c seiner Größe nach im Verhältnisse zu ds_a auszudrücken, einen der drei in der un-

tersten Horizontalreihe von (II) angeführten Brüche anwenden, welche das Verhältniß derjenigen beiden Flächenelemente darstellen, in welchen ein durch einen Punkt p , der Zwischenebene b gehendes unendlich schmales Strahlenbündel die beiden Ebenen a und c schneidet; und zwar ist von den drei dort stehenden Brüchen in diesem Falle nur der erste brauchbar, weil die beiden anderen unbestimmt sind. Wir haben also die Gleichung:

$$(26) \quad \frac{ds_a}{ds_c} = \frac{A}{C}.$$

Diese Gleichung ist auch in optischer Beziehung von Interesse, indem sie die allgemeinste Gleichung zur Bestimmung des Größenverhältnisses zwischen einem Gegenstande und seinem optischen Bilde ist, wobei zu bemerken ist, daß die Zwischenebene b , auf welche sich die Größen A und C beziehen, beliebig ist, und daher in jedem einzelnen Falle so gewählt werden kann, wie es für die Rechnung am bequemsten ist.

§. 12. Nachdem das Flächenelement ds_a , welches zu ds_c als Bild gehört, bestimmt ist, nehmen wir in der Ebene b statt eines Punktes ein Flächenelement ds , und betrachten die Strahlen, welche die beiden Elemente ds_a und ds_c durch dieses Element ds senden. Alle Strahlen, welche von einem Punkte des Elementes ds_a ausgehend, durch das Element ds gehen, vereinigen sich wieder in einem Punkte des Elementes ds_c , und somit treffen alle Strahlen, welche das Element ds_a durch ds sendet, gerade das Element ds_c , und umgekehrt die Strahlen, welche ds_c durch ds sendet, treffen sämmtlich das Element ds_a . Die beiden Wärmemengen, welche die Elemente ds_a und ds_c dem Elemente ds zusenden, sind somit auch die Wärmemengen, welche die Elemente ds_a und ds_c durch das Zwischenelement ds hindurch einander gegenseitig zusenden. Diese Wärmemengen lassen sich nun dem Früheren nach ohne Weiteres angeben.

Es gilt nämlich für die Wärmemenge, welche das Element ds_a dem Elemente ds zusendet, derselbe Ausdruck,

welcher in §. 8 für diejenige Wärmemenge entwickelt wurde, welche das Element ds_a dem Elemente ds_e zusendet, wenn man darin nur für ds_e setzt ds_s , und für die Gröfse B die Gröfse C einführt. Der Ausdruck lautet also:

$$e_a v_a^2 \frac{C}{\pi} ds_a ds_s.$$

Ebenso gilt für die Wärmemenge, welche das Element ds_e dem Elemente ds_s zusendet, derselbe Ausdruck, welcher dort für die Wärmemenge angegeben wurde, welche das Element ds_e dem Elemente ds_a zusendet, wenn man darin für ds_a setzt ds_s , und für die Gröfse B die Gröfse A einführt, also:

$$e_e v_e^2 \frac{A}{\pi} ds_e ds_s.$$

Bedenkt man nun, dafs nach Gleichung (26) ist:

$$C ds_a = A ds_e,$$

so sieht man, dafs die beiden gefundenen Ausdrücke sich unter einander verhalten wie $e_a v_a^2 : e_e v_e^2$.

Ganz dasselbe Resultat finden wir, wenn wir in der Zwischenebene b irgend ein anderes Flächenelement ds , nehmen, und die Wärmemengen betrachten, welche sich die beiden Elemente ds_a und ds_e durch dieses Element gegenseitig zusenden. Immer stehen die beiden Wärmemengen zu einander in dem Verhältnisse $e_a v_a^2 : e_e v_e^2$. Da nun die Wärmemengen, welche sich die Elemente ds_a und ds_e im Ganzen zusenden, aus denjenigen, welche sie sich durch die einzelnen Elemente der Zwischenebene hindurch zusenden, zusammengesetzt sind, so mufs auch für sie dasselbe Verhältnifs gelten, und wir finden somit als Endresultat, dafs die Wärmemengen, welche die Flächenelemente ds_a und ds_e sich im Ganzen gegenseitig zusenden, sich verhalten wie

$$e_a v_a^2 : e_e v_e^2.$$

Dieses ist dasselbe Verhältnifs, welches in den §§. 8 und 9 für den Fall gefunden wurde, wo keine Concentration von Strahlen stattfindet. Es ergibt sich also, dafs die

Concentration der Strahlen, wie sehr sie auch die *absolute Gröfse* der Wärmemengen, welche zwei Flächenelemente durch Strahlung mit einander austauschen, verändert, doch das *Verhältnifs* derselben ungeändert läfst.

In §. 9 ist gezeigt, dafs, wenn bei der gewöhnlichen, ohne Concentration stattfindenden Zustrahlung der Satz gelten soll, dafs dadurch nicht Wärme aus einem kälteren in einen wärmeren Körper übergeführt werden kann, dann die Ausstrahlung in verschiedenen Medien verschieden seyn mufs, und zwar in der Weise, dafs man für vollkommen schwarze Körper von gleicher Temperatur hat:

$$e_s v_s^2 = e_v v_v^2.$$

Ist diese Gleichung erfüllt, so sind auch in unserem gegenwärtigen Falle, wo von den Flächenelementen ds_s und ds_v das eine das Bild des anderen ist, die Wärmemengen, welche sie sich gegenseitig zusenden, unter einander gleich, und es kann daher, trotz der Concentration der Strahlen, das eine Element das andere nicht zu einer höheren Temperatur erwärmen, als es selbst hat.

V. Beziehung zwischen der Vergrößerung und dem Verhältnisse der beiden Kegelöffnungen eines Elementarstrahlenbüschels.

§. 13. Als ein Nebenresultat der vorstehenden Betrachtung möchte ich hier gelegentlich eine Proportion entwickeln, welche mir von allgemeinem Interesse zu seyn scheint, indem sie eine eigenthümliche Verschiedenheit in dem Verhalten der Strahlenbüschel beim Gegenstande und beim Bilde angiebt, welche stets in bestimmter Weise stattfinden mufs, wenn Gegenstand und Bild verschiedene Gröfsen haben.

Wenn wir ein unendlich schmales Strahlenbüschel betrachten, welches von einem Punkte des Elementes ds_s ausgehend durch das Element ds_v der Zwischenebene geht, und sich dann wieder in einem Punkte des Elementes ds_s vereinigt, so können wir die Gröfse der Divergenz, welche die Strahlen an ihrem Ausgangspunkte haben, vergleichen mit der Gröfse der Convergenz, welche dieselben Strahlen

an ihrem Vereinigungspunkte haben. Diese Divergenz und Convergenz, wofür wir auch mit gemeinsamem Ausdrucke sagen können: *die Oeffnungen der unendlich schmalen Kegel*, welche das Strahlenbüschel am Ausgangs- und Vereinigungspunkte bildet, ergeben sich unmittelbar durch dasselbe Verfahren, welches wir in §. 8 angewandt haben.

Wir denken uns um jeden der Punkte eine Kugelfläche mit so kleinem Radius beschrieben, daß wir die Strahlen bis zur Kugelfläche als geradlinig ansehen können, und betrachten dann das Flächenelement, in welchem das Strahlenbüschel die Kugelfläche schneidet. Sey dieses Flächenelement mit $d\sigma$ bezeichnet, und heiße der Radius der Kugel ρ , so wird die Oeffnung des unendlich schmalen Kegels, welcher die Strahlen, soweit sie als geradlinig zu betrachten sind, einschließt, durch den Bruch $\frac{d\sigma}{\rho^2}$ dargestellt.

Diesen Bruch haben wir in §. 8 für einen ähnlichen Fall durch die Gleichung (20) bestimmt, und in dem dort gegebenen Ausdrucke brauchen wir nur die Buchstaben etwas zu ändern, um die für unseren gegenwärtigen Fall passenden Ausdrücke zu erhalten. Um die Kegelöffnung an dem in der Ebene a liegenden Ausgangspunkte der Strahlen auszudrücken, hat man in dem dortigen Ausdrucke statt des Elementes ds , das Element ds_a , und statt der Gröfse B die Gröfse C zu setzen. Außerdem wollen wir das Zeichen ϑ , welches den Winkel zwischem dem Elementarstrahlenbüschel und der auf dem Flächenelemente ds_a errichteten Normale bedeutet, um bestimmter anzudeuten, daß es sich um den an der Ebene a liegenden Winkel handelt, in ϑ_a umändern, und aus demselben Grunde auch den Bruch $\frac{d\sigma}{\rho^2}$, welcher die gesuchte Kegelöffnung darstellt, mit dem Index a versehen. Dann kommt:

$$(27) \quad \left(\frac{d\sigma}{\rho^2}\right)_a = \frac{v_a^2}{\cos \vartheta_a} C ds_a.$$

Um die andere entsprechende Gleichung zu erhalten, welche die Kegelöffnung an dem in der Ebene c liegenden

Vereinigungspunkte bestimmt, braucht man in der vorigen nur überall, wo der Index a steht, den Index c zu setzen, und außerdem die GröÙe C mit A zu vertauschen, also:

$$(28) \quad \left(\frac{d\sigma}{\varrho^3}\right)_c = \frac{v_c^2}{\cos \vartheta_c} A ds_.$$

Aus diesen beiden Gleichungen ergibt sich die Proportion:

$$\frac{\cos \vartheta_a}{v_a^3} \left(\frac{d\sigma}{\varrho^3}\right)_a : \frac{\cos \vartheta_c}{v_c^3} \left(\frac{d\sigma}{\varrho^3}\right)_c = C : A$$

und wenn man hierauf die Gleichung (26) anwendet, so kommt:

$$(29) \quad \frac{\cos \vartheta_a}{v_a^2} \left(\frac{d\sigma}{\varrho^3}\right)_a : \frac{\cos \vartheta_c}{v_c^2} \left(\frac{d\sigma}{\varrho^3}\right)_c = ds_ : ds_.$$

Führt man für die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten die Brechungscoefficienten der Mittel ein, so lautet die Proportion:

$$(30) \quad n_a^2 \cos \vartheta_a \left(\frac{d\sigma}{\varrho^3}\right)_a : n_c^2 \cos \vartheta_c \left(\frac{d\sigma}{\varrho^3}\right)_c = ds_ : ds_.$$

Das Verhältniß, welches in diesen Proportionen an der rechten Seite steht, ist das Größenverhältniß zwischen einem Flächenelemente des Bildes und dem entsprechenden Flächenelemente des Gegenstandes, also kurz die Flächenvergrößerung, und man erhält also durch diese Proportionen eine einfache Beziehung zwischen der Vergrößerung und dem Verhältnisse der Kegelöffnungen eines Elementarstrahlenbüschels. Dabei ist es, wie man leicht sieht, für die Gültigkeit der Proportionen nicht gerade nöthig, daß die Strahlen schließlic*h* *convergirend* sind, und sich in einem Punkte wirklich schneiden, sondern sie können auch *divergirend* seyn, so daß ihre nach rückwärts gezogenen geradlinigen Verlängerungen sich in einem Punkte schneiden, und das entstehende Bild ein in der Optik sogenanntes virtuelles ist.

Nimmt man als speciellen Fall an, das Mittel am Ausgangs- und am Vereinigungspunkte sey gleich, wie es z. B. stattfindet, wenn die Strahlen von einem in der Luft befindlichen Gegenstande ausgehen, und, nachdem sie irgend

welche Brechungen oder Reflexionen erlitten haben, ein Bild geben, welches sich in der Luft befindet, oder in der Luft gedacht wird, so ist $v_s = v_e$ und $n_s = n_e$ zu setzen, und es kommt:

$$\cos \vartheta_s \left(\frac{d\sigma}{\varrho^2} \right)_s : \cos \vartheta_e \left(\frac{d\sigma}{\varrho^2} \right)_e = ds_s : ds_e.$$

Fügt man ferner noch als Bedingung hinzu, daß das Elementarstrahlenbüschel mit beiden Flächenelementen gleiche Winkel bilde, z. B. auf beiden senkrecht stehe, so heben sich auch die beiden Cosinus fort, und es kommt:

$$\left(\frac{d\sigma}{\varrho^2} \right)_s : \left(\frac{d\sigma}{\varrho^2} \right)_e = ds_s : ds_e.$$

In diesem Falle stehen also die Kegelöffnungen des Elementarstrahlenbüschels am Gegenstande und am Bilde einfach im umgekehrten Verhältnisse, wie die Größen der einander entsprechenden Flächenelemente von Gegenstand und Bild.

In der ebenso inhaltreichen als klaren Auseinandersetzung der Gesetze der Brechung in Systemen kugelliger Flächen, welche Helmholtz in seiner »Physiologischen Optik«¹⁾ gegeben hat, um daran die Betrachtung derjenigen Brechungen zu knüpfen, welche im Auge vorkommen, findet sich auf S. 50, und erweitert auf S. 54 eine Gleichung, welche die Beziehung zwischen der Bildgröße und der Convergence der Strahlen für den Fall ausdrückt, wo die Richtungsänderung der Strahlen durch Brechung oder auch durch Reflexion in centrirten Kugelflächen bewirkt wird, und wo die Strahlen auf den betreffenden Ebenen, welche Gegenstand und Bild enthalten, angenähert senkrecht stehen. In der Allgemeinheit, wie in den Proportionen (29) und (30) ist die Beziehung, so viel ich weiß, noch nirgends angegeben.

VI. Allgemeine Bestimmung der gegenseitigen Zustrahlung zwischen Flächen, in denen beliebige Concentrationen vorkommen können.

§. 14. Es muß nun die Betrachtung dahin verallgemeinert werden, daß sie nicht bloß den extremen Fall, wo alle von einem Punkte der Ebene α innerhalb eines gewis-

1) Allgemeine Encyclopädie der Physik, herausgegeben von G. Karsten.

sen endlichen Kegelraumes ausgehenden Strahlen wieder in einem Punkte der Ebene c zusammentreffen, so dafs dort ein conjugirter Brennpunkt entsteht, sondern jeden beliebigen Fall der Strahlenconcentration umfafst.

Um den Begriff der Concentration näher festzustellen sey folgende Definition eingeführt. Wenn von irgend einem Punkte p_* Strahlen ausgehen und auf die Ebene c fallen, und diese Strahlen haben in der Nähe dieser Ebene solche Richtungen, dafs an einer Stelle der Ebene die Dichtigkeit der auffallenden Strahlen gegen die mittlere Dichtigkeit unendlich grofs ist, so wollen wir sagen, es finde an dieser Stelle Concentration der von p_* ausgehenden Strahlen statt.

Nach dieser Definition können wir den Fall der Strahlenconcentration leicht mathematisch kenntlich machen. Wir nehmen zwischen dem Punkte p_* und der Ebene c irgend eine Zwischenebene b , welche so gelegen ist, dafs in dieser keine Concentration der von p_* ausgehenden Strahlen stattfindet, und dafs auch die Ebenen b und c , soweit sie hierbei in Betracht kommen, zu einander in solcher Beziehung stehen, dafs die von den Punkten der einen ausgehenden Strahlenbüschel in der anderen keine Concentration erleiden. Dann denken wir uns ein von p_* ausgehendes, unendlich schmales Strahlenbüschel, welches die Ebenen b und c schneidet, und vergleichen die Gröfsen der Flächenelemente ds_* und ds_c , in denen der Durchschnitt stattfindet. Wenn dann das Element ds_* im Verhältnisse zu ds_c verschwindend klein ist, so dafs man setzen kann:

$$(31) \quad \frac{ds_*}{ds_c} = 0,$$

so ist das ein Zeichen, dafs in der Ebene c Strahlenconcentration in dem oben angegebenen Sinne stattfindet.

Gehen wir nun zu den in §. 6 gegebenen Gleichungen (II) zurück, so sind die in der ersten Horizontalreihe stehenden Gleichungen auf unseren gegenwärtigen Fall bezüglich, und unter den drei dort befindlichen Brüchen, welche das Verhältnifs der Flächenelemente darstellen, ist wie-

derum der erste in unserem Falle anwendbar, weil nach der gemachten Annahme über die Lage der Zwischenebene die Größen A und E sich in gewöhnlicher Weise bestimmen lassen. Wir haben also die Gleichung:

$$\frac{ds_a}{ds_b} = \frac{E}{A}.$$

Soll dieser das Verhältniß der beiden Flächenelemente ausdrückende Bruch Null werden, so muß es dadurch geschehen, daß der Zähler E Null wird, denn der Nenner A kann nach der gemachten Annahme über die Lage der Ebene b nicht unendlich groß werden. Wir haben also als mathematisches Criterium zur Entscheidung, ob die vom Punkte p_a ausgehenden Strahlen an der betreffenden Stelle der Ebene c eine Concentration erleiden oder nicht, die Bedingungsgleichung:

$$(32) \quad E = 0,$$

welche im Falle der Concentration erfüllt seyn muß.

Nehmen wir nun umgekehrt an, es sey in der Ebene c ein Punkt p_c gegeben, und es soll entschieden werden, ob die von diesem ausgehenden Strahlen an irgend einer Stelle der Ebene a eine Concentration erleiden, so haben wir in ganz entsprechender Weise die Bedingung:

$$\frac{ds_a}{ds_b} = 0,$$

und da wir nach (II) setzen können:

$$\frac{ds_a}{ds_b} = \frac{E}{C},$$

so erhalten wir wieder dieselbe Bedingungsgleichung:

$$E = 0.$$

In der That ist auch leicht zu sehen, daß in dem Falle, wo die von einem Punkte der Ebene a ausgehenden Strahlen in einem Punkte der Ebene c eine Concentration erleiden, auch umgekehrt die von diesem letzteren Punkte ausgehenden Strahlen in dem ersteren eine Concentration erleiden müssen.

Da wir in den Gleichungen (12) und (13) die Beziehungen ausgedrückt haben, welche zwischen den sechs Grö-

fsen A, B, C, D, E, F stattfinden, so können wir diese Gleichungen anwenden, um zu erkennen, was in einem solchen Falle, wo $E = 0$ wird, während A und C von Null verschiedene endliche Werthe haben, aus den drei Gröfsen B, D und F wird. Nach jenen Gleichungen hat man:

$$(33) \quad B = \frac{AC}{E}; \quad D = \frac{C^2}{E}; \quad F = \frac{A^2}{E}.$$

Daraus ergibt sich, dafs alle drei Gröfsen für den gegenwärtigen Fall unendlich grofs werden.

§. 15. Wir wollen nun das Verhältnifs der Wärmemengen, welche zwei Flächen durch Strahlung mit einander austauschen, in solcher Weise zu bestimmen suchen, dafs das Resultat, unabhängig davon, ob eine Concentration von Strahlen stattfindet, oder nicht, in allen Fällen gültig seyn mufs.

Der gröfseren Allgemeinheit wegen seyen statt der bisher betrachteten Ebenen a und c , zwei beliebige Flächen gegeben, welche s_a und s_c heifsen mögen. Zwischen ihnen nehmen wir irgend eine dritte Fläche s , an, welche nur die Bedingung zu erfüllen braucht, dafs die Strahlen, welche von s_a nach s_c oder umgekehrt gehen, in s keine Concentration erleiden. Nun sey in s_a irgend ein Element ds_a gewählt, und in s_c ein Element ds_c , welches so liegt, dafs die von ds_a durch ds_c gehenden Strahlen auf ihrer Fortsetzung die Fläche s treffen. Dann wollen wir zunächst bestimmen: wie viel Wärme das Element ds_a durch das Element ds_c hindurch der Fläche s zusendet, und wie viel Wärme es durch eben jenes Element der Zwischenfläche hindurch von der Fläche s zurück erhält.

Um die zuerst genannte Wärmemenge zu erhalten, brauchen wir nur zu bestimmen, wieviel Wärme das Element ds_a dem Elemente ds_c zusendet, denn nach der gemachten Annahme über die Lage des Elementes ds_c mufs alle diese Wärme, nachdem sie das Element ds_c passiert hat, die Fläche s treffen. Diese Wärmemenge läfst sich mit Hilfe der früher entwickelten Formeln sofort ausdrücken. Wir denken uns in einem Punkte des Elementes ds_c eine Tangen-

tialebene an die Fläche s_1 gelegt, und ebenso in einem Punkte des Elementes ds_1 eine Tangentialebene an s_1 , und betrachten die gegebenen Flächenelemente als Elemente dieser Ebenen. Wenn wir dann in diesen Tangentialebenen die Coordinatensysteme x_1, y_1 und x_2, y_2 einführen, und die in der dritten der Gleichungen (I) bestimmte Gröfse C bilden, so wird die gesuchte Wärmemenge, welche das Element ds_1 nach dem Elemente ds_2 , und durch dieses hindurch nach s_2 sendet, dargestellt durch den Ausdruck:

$$e_1 v_1^2 \frac{C}{\pi} ds_1 ds_2.$$

Was nun die Wärmemenge betrifft, welche das Element ds_1 durch ds_2 hindurch von der Fläche s_2 erhält, so findet in Bezug auf die Punkte der Fläche s_2 , von welchen diese Strahlen ausgehen, im Allgemeinen nicht jenes einfache Verhalten statt, wie in jenem speciellen Falle, wo das Element ds_1 ein in die Fläche s_2 fallendes optisches Bild ds_2 hat, und daher selbst ebenfalls das optische Bild des Elementes ds_2 ist. Wählen wir in dem Zwischenelemente ds_2 einen bestimmten Punkt p_2 , und denken uns von allen Punkten des Elementes ds_2 Strahlen durch diesen Punkt gehend, so erhalten wir ein unendlich schmales Strahlenbüschel, welches die Fläche s_2 in einem gewissen Flächenelemente schneidet. Dieses Flächenelement ist es, welches dem Elemente ds_1 durch den gewählten Punkt p_2 hindurch Strahlen zusetzt. Wählen wir nun aber in dem Zwischenelemente ds_2 einen anderen Punkt als Kreuzungspunkt des Strahlenbüschels, so erhalten wir in der Fläche s_2 ein etwas anders liegendes Element. Die Strahlen, welche das Element ds_1 von der Fläche s_2 durch verschiedene Punkte des Zwischenelementes erhält, stammen also nicht alle von einem und demselben Elemente der Fläche s_2 her.

Da nun aber die Gröfse des Zwischenelementes ds_2 willkürlich ist, so hindert uns nichts, dieses Element so klein zu nehmen, daß es ein unendlich Kleines von höherer Ordnung ist, als das gegebene Element ds_1 . Wenn in diesem Falle der Kreuzungspunkt des Strahlenbüschels inner-

halb des Elementes ds , seine Lage ändert, so kann dadurch das Element der Fläche s , welches dem Elemente ds entspricht, seine Lage nur so wenig ändern, daß die Unterschiede im Vergleiche mit den Dimensionen des Elementes unendlich klein sind, und daher vernachlässigt werden dürfen. Man kann somit in diesem Falle das Element ds , welches man erhält, wenn man einen beliebigen Punkt p des Elementes ds auswählt, und zum Kreuzungspunkte des von ds ausgehenden Strahlenbüschels macht, als denjenigen Theil der Fläche s betrachten, welcher durch ds hindurch mit dem Elemente ds Strahlen austauscht.

Die Größe dieses Elementes ds können wir dem Früheren nach leicht ausdrücken. Wir denken uns, wie vorher, in dem Punkte p eine Tangentialebene an die Fläche s , und ebenso in einem Punkte des Elementes ds und in einem Punkte des Elementes ds Tangentialebenen an die Flächen s und s gelegt, und betrachten die beiden letzteren Flächenelemente als Elemente der Tangentialebenen. Führen wir dann in den drei Tangentialebenen Coordinatensysteme ein, und bilden die in der ersten und dritten der Gleichungen (I) bestimmten Größen A und C , so können wir nach (II) schreiben:

$$ds = \frac{C}{A} ds.$$

Die Wärmemenge, welche dieses Element ds dem Elemente ds zusendet, und welche wir, wie gesagt, als diejenige ansehen können, die das Element ds durch ds hindurch von der Fläche s erhält, wird dargestellt durch:

$$e.v.^2 \frac{A}{\pi} ds.ds,$$

und wenn wir hierin für ds den in der vorigen Gleichung gegebenen Werth setzen, so kommt:

$$e.v.^2 \frac{C}{\pi} ds.ds.$$

Vergleicht man diesen Ausdruck mit dem oben gefundenen, welcher die Wärmemenge darstellt, die das Element ds durch ds hindurch der Fläche s zusendet, so

sieht man, daß sich beide unter einander verhalten wie $e_1 v_1^2 : e_2 v_2^2$. Nimmt man nun an, daß s_1 und s_2 die Oberflächen zweier vollkommen schwarzer Körper von gleicher Temperatur seyen, und macht für solche Flächen, wie es sich schon bei der ohne Concentration stattfindenden Wärmestrahlung als nothwendig herausstellte, die Annahme, daß die beiden Producte $e_1 v_1^2$ und $e_2 v_2^2$ gleich sind, so sind auch die durch die beiden Ausdrücke dargestellten Wärmemengen gleich.

§. 16. Wählt man in der Zwischenfläche s_0 statt des vorher betrachteten Elementes ein anderes, auch als unendlich klein von höherer Ordnung vorausgesetztes Element, so hat dasjenige Element der Fläche s_1 , welches durch dieses Element der Zwischenfläche hindurch mit dem Elemente ds_1 Strahlen austauscht, eine andere Lage, als im vorigen Falle, aber wiederum sind die beiden ausgetauschten Wärmemengen unter einander gleich; und ebenso verhält es sich mit allen anderen Elementen der Zwischenfläche.

Um die Wärmemenge zu erhalten, welche das Element ds_1 der Fläche s_1 nicht nur durch ein einzelnes Element der Zwischenfläche, sondern im Ganzen zusendet, und ebenso die Wärmemenge, welche es im Ganzen von s_2 zurückhält, muß man die beiden gefundenen Ausdrücke in Bezug auf die Fläche s_1 integriren, und das Integral auf den Theil dieser Fläche ausdehnen, welcher von den Strahlen, die von dem Elemente ds_1 nach der Fläche s_2 und umgekehrt gehen, getroffen wird. Dabei versteht es sich von selbst, daß, wenn für jedes Flächenelement ds_1 die beiden Differentialausdrücke gleich sind, dann auch die Integrale gleich seyn müssen.

Will man endlich die Wärmemengen haben, welche die ganze Fläche s_1 mit der Fläche s_2 austauscht, so muß man die beiden Ausdrücke auch in Bezug auf die Fläche s_1 integriren, wodurch wiederum die Gleichheit, welche für die einzelnen Elemente ds_1 besteht, nicht gestört werden kann.

Der weiter oben für speciellere Fälle gefundene Satz, daß zwei vollkommen schwarze Körper von gleicher Tem-

peratur, sofern die Gleichung $e.v.^2 = e.v.^2$ für sie gilt, gleich viel Wärme mit einander austauschen, ergibt sich somit auch als Resultat einer Betrachtung, welche ganz davon unabhängig ist, ob die von s_1 ausgehenden Strahlen in s_2 , und umgekehrt die von s_2 ausgehenden Strahlen in s_1 eine Concentration erleiden, indem nur die Bedingung gestellt wurde, daß die von s_1 und s_2 ausgehenden Strahlen in der Zwischenfläche s_3 keine Concentration erleiden, eine Bedingung, welche sich immer erfüllen läßt, da man die Zwischenfläche beliebig wählen kann.

Aus diesem Resultate folgt natürlich auch weiter, daß, wenn ein gegebener schwarzer Körper nicht bloß mit Einem, sondern mit beliebig vielen anderen schwarzen Körpern von gleicher Temperatur in Wechselwirkung steht, er von allen zusammen gerade so viel Wärme erhält, als er ihnen zusendet.

§. 17. Alle vorstehenden Entwicklungen wurden unter der Voraussetzung gemacht, daß die vorkommenden Brechungen und Reflexionen ohne Verlust geschehen, und keine Absorption stattfinde. Man kann sich aber leicht davon überzeugen, daß das gewonnene Resultat sich nicht ändert, wenn man diese Bedingung fallen läßt. Betrachtet man nämlich die verschiedenen Vorgänge, durch welche ein Strahl auf dem Wege von einem Körper zu einem anderen geschwächt werden kann, sey es dadurch, daß an einer Stelle, wo der Strahl die Gränzfläche zweier Mittel trifft, ein Theil unter Brechung in das angränzende Mittel eindringt und der andere reflectirt wird, so daß man es, mag man den einen oder den anderen Theil als die Fortsetzung des ursprünglichen Strahles betrachten, in beiden Fällen mit einem geschwächten Strahle zu thun hat, sey es dadurch, daß der Strahl beim Durchdringen eines Mittels theilweise absorbirt wird, so gilt in jedem dieser Fälle das Gesetz, daß bei zwei Strahlen, welche sich auf demselben Wege hinwärts und rückwärts fortpflanzen, die Schwächung in gleichem Verhältnisse stattfindet. Die Wärmemengen, welche zwei Körper sich gegenseitig zusenden, werden da-

her durch solche Vorgänge stets beide in gleicher Weise geschwächt, so dafs, wenn sie ohne die Schwächung gleich gewesen wären, sie auch nach der Schwächung gleich sind.

Mit den vorher erwähnten Vorgängen hängt auch ein anderer Umstand zusammen, nämlich der, dafs ein Körper aus einer und derselben Richtung Strahlen erhalten kann, welche von verschiedenen Körpern herkommen. Unser Körper, welcher *A* heisse, kann z. B. aus einem Punkte, welcher an der Gränzfläche zweier Mittel liegt, zwei der Richtung nach zusammenfallende, aber doch von zwei verschiedenen Körpern, *B* und *C*, herkommende Strahlen erhalten, von welchen der eine aus dem angränzenden Mittel kommt, und in jenem Punkte gebrochen ist, und der andere schon vorher in demselben Mittel war, und in jenem Punkte reflectirt ist. In diesem Falle sind aber beide Strahlen durch die Brechung und die Reflexion in der Weise geschwächt, dafs, wenn sie vorher beide gleich stark waren, nachher ihre Summe ebenso stark ist, wie vorher jeder einzelne. Denkt man sich dann von unserem Körper *A* in umgekehrter Richtung einen ebenso starken Strahl ausgehend, so wird dieser in demselben Punkte in zwei Theile getheilt, von denen der eine in das angränzende Mittel eindringt, und dann weiter nach dem Körper *B* geht, und der andere reflectirt wird, und nach dem Körper *C* geht. Die beiden Theile, welche in dieser Weise von *A* nach *B* und *C* gelangen, sind ebenso grofs, wie die Strahlentheile, welche *A* von *B* und *C* erhält. Der Körper *A* steht also mit jedem der beiden Körper *B* und *C* in jener Wechselbeziehung, dafs er, unter Voraussetzung gleicher Temperaturen, gleich viel Wärme mit ihm austauscht. Dasselbe mufs wegen der Gleichheit der Wirkungen, welche zwei auf irgend einem Wege hin- und zurückgehende Strahlen erleiden, in allen anderen noch so complicirten Fällen stattfinden.

Wenn man ferner statt der vollkommen schwarzen Körper auch solche betrachtet, welche die auf sie fallenden Strahlen nur theilweise absorbiren, oder wenn man statt

der
Wel
entb
unpe
berü
solch
für
die,
I
einzu
liche
statt,
nur
Con
könn
§
gen
I
cent
satze
in e
zu b
der
Bes
der
der
teln
ten d
Mitte
der
2
bend
Grun
dend
tig h
flexio

der homogenen Wärme solche Wärme betrachtet, welche Wellensysteme von verschiedenen Wellenlängen gemischt enthält, oder endlich, wenn man, anstatt alle Strahlen als unpolarisirte anzusehen, auch die Polarisationserscheinungen berücksichtigt, so kommen in allen diesen Fällen immer nur solche Umstände zur Sprache, welche in gleicher Weise für die vom Körper ausgesandte Wärme gelten, wie für die, welche er von anderen Körpern empfängt.

Es ist nicht nöthig, auf alle diese Umstände hier näher einzugehen, denn diese Umstände finden auch bei der gewöhnlichen, ohne Concentration vor sich gehenden Strahlung statt, und der Zweck der vorliegenden Abhandlung bestand nur darin, die Wirkungen zu betrachten, welche durch die Concentration der Strahlen möglicher Weise entstehen können.

§. 18. Die Hauptresultate der angestellten Betrachtungen können kurz folgendermassen ausgesprochen werden.

1) Um die Wirkungen der gewöhnlichen, ohne Concentration stattfindenden Wärmestrahlung mit dem Grundsatz, dass die Wärme nicht von selbst aus einem kälteren in einen wärmeren Körper übergehen kann, in Einklang zu bringen, ist es nothwendig anzunehmen, dass die Stärke der Emission eines Körpers nicht nur von seiner eigenen Beschaffenheit und seiner Temperatur, sondern auch von der Natur des umgebenden Mittels abhängt, und zwar in der Weise, dass die Emissionsstärken in verschiedenen Mitteln im umgekehrten Verhältnisse stehen mit den Quadraten der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der Strahlen in den Mitteln, oder im directen Verhältnisse mit den Quadraten der Brechungscoefficienten der Mittel.

2) Wenn diese Annahme über den Einfluss des umgebenden Mittels auf die Emission richtig ist, so ist jener Grundsatz nicht nur bei der ohne Concentration stattfindenden Wärmestrahlung erfüllt, sondern er muss auch gültig bleiben, wenn die Strahlen durch Brechungen oder Reflexionen in beliebiger Weise concentrirt werden, denn

die Concentration kann zwar die absolute Gröfse der Wärmemengen, welche zwei Körper einander durch Strahlung mittheilen, nicht aber das Verhältniß dieser Wärmemengen ändern.

II. Ueber die Abhängigkeit des Capillaritäts-Coëfficienten der Flüssigkeiten von ihrer Zusammensetzung; von Ludwig Wilhelm.

(Vorgetragen in der Sitzung der physikalischen Gesellschaft vom
13. November 1863.)

I.

Bevor ich mich zu dem eigentlichen Gegenstande dieser Untersuchung wende, will ich noch die Resultate einiger Beobachtungen mittheilen, welche ich zur Vervollständigung meiner früheren Arbeit über den Capillaritäts-Coëfficienten des Alkohols (Pogg. Ann. Bd. 119, S. 117) angestellt habe. — Um die Veränderungen, welche dieser Coëfficient bei Anwendung von festen Wänden verschiedener Substanz erfährt, in weiterer Ausdehnung zu ermitteln, liefs ich mir noch 2 Platten aus galvanisch niedergeschlagenem Kupfer und aus Platin anfertigen und in der früher beschriebenen Weise mit Theilungen versehen. Ich wählte dabei die Plattendicke bedeutend geringer — eben nur grofs genug, um ein Verbiegen der Platten bei den Beobachtungen zu verhüten — weil dadurch, wie man leicht übersieht, der Einstellungsfehler entsprechend vermindert, die Genauigkeit der Beobachtungen also erheblich gesteigert wird.

Die Dimensionen der Platten waren, wenn dieselbe Bezeichnung wie in meinem früheren Aufsatz angewendet wird, folgende:

Platte VII. Kupfer $l = 108,35^{\text{mm}}$, $d = 0,2335$.

Abstand des unteren Randes von Strich 1	4,8975 Mllm.
von Strich 2	9,8710
von Strich 3	14,9430
von Strich 4	19,8395
von Strich 5	24,7735

Platte VIII. Platin $l = 107,875$ Mllm., $d = 0,20433$.

Abstand des unteren Randes von Strich 1	5,1825 Mllm.
von Strich 2	10,2000
von Strich 3	15,2675
von Strich 4	20,3050
von Strich 5	25,3525

Der Alkohol, welchen ich bei den Beobachtungen verwendete, war der Alkohol absolutus des Handels (spec. Gew. $= 0,80213$ bei 22°), weil mir wasserfreier leider augenblicklich nicht zu Gebot stand. Ich glaubte mich um so eher mit demselben begnügen zu können, weil sich bei meiner früheren Untersuchung eine constante Differenz im Werthe des Capillaritäts-Coëfficienten bei einem solchen, verglichen mit wasserfreiem Alkohol, noch nicht gezeigt hatte. Die Resultate, welche ich durch die früher angewendete Beobachtungs-Methode erhielt, ergaben durch die Berechnung nach den an der citirten Stelle mitgetheilten Formeln nachstehende Werthe des Capillaritäts-Coëfficienten α für Alkohol:

Beobachtungsreihe III. Temperatur $21^{\circ},8$.

Strich.	Kupferplatte.	Platinplatte.
2.	2,465	2,460
	2,437	2,460
	2,451	2,460
3.	2,488	2,478
	2,474	2,492
	2,481	2,485
4.	2,502	2,533
	2,502	2,533
	2,502	2,533
5.	2,530	2,563
	2,516	2,553
	2,523	2,558

Diese Zahlen, welche das Gewicht des pro Mllm. der Berührungslinie zwischen der Flüssigkeit und Platte gehobenen Alkohol-Volums in Mgr. angeben, bedürfen aber unter der früher gemachten Annahme einer Verdichtung des Alkohols an der Platten-Oberfläche — für welche auch hier die damals angeführten Gründe sprechen — einer Correction, um dieselben, nach Eliminirung dieses durch Verdichtung zurückgehaltenen Antheils, mit den aus dem gewöhnlichen Capillaritäts-Bestimmungen abgeleiteten vergleichbar zu machen. — Führt man die l. c. S. 199 hergeleitete Berechnung aus, so erhält man als Verdichtungs-Coëfficienten des Alkohols

für die Kupferplatte $\beta = 0,002566$

für die Platinplatte $\beta = 0,00641$,

wobei also β das Gewicht des pro Quadratmlm. der Platte verdichteten Alkohols in Mgr. angiebt. Hiermit berechnen sich endlich die berichtigten Werthe des Capillaritäts-Coëfficienten aus den an den einzelnen Strichen angestellten Beobachtungen folgendermaßen:

Für Kupfer

bei Strich 2. $\alpha' = 2,406$

bei Strich 3. $\alpha' = 2,413$

bei Strich 4. $\alpha' = 2,411$

bei Strich 5. $\alpha' = 2,410$

Mittel: $\alpha' = 2,410$.

Für Platin

bei Strich 2. $\alpha' = 2,395$

bei Strich 3. $\alpha' = 2,387$

bei Strich 4. $\alpha' = 2,403$

bei Strich 5. $\alpha' = 2,395$

Mittel: $\alpha' = 2,395$.

Hiernach wird nun unter Hinzunahme der in unserer älteren Arbeit erhaltenen Zahlen die Reihenfolge der Werthe des Capillaritäts-Coëfficienten des Alkohols für verschiedene feste Körper folgende:

Ohne Berücksichtigung der Verdichtung.

An der Silberplatte	$\alpha = 2,711$
„ „ Messingplatte	$\alpha = 2,677$
„ „ Glasplatte	$\alpha = 2,552$
„ „ Platinplatte	$\alpha = 2,509$
„ „ Kupferplatte	$\alpha = 2,489$
„ „ Zinkplatte	$\alpha = 2,451$
„ „ Aluminiumplatte	$\alpha = 2,432.$

Mit Berücksichtigung der Verdichtung.

An der Messingplatte	$\alpha = 2,448$
„ „ Silberplatte	$\alpha = 2,444$
„ „ Kupferplatte	$\alpha = 2,410$
„ „ Platinplatte	$\alpha = 2,395$
„ „ Zinkplatte	$\alpha = 2,326$
„ „ Glasplatte	$\alpha = 2,325$
„ „ Aluminiumplatte	$\alpha = 2,307.$

Da mir für den Augenblick keine anderen Metalle im Zustande chemischer Reinheit und in einer für die betreffenden Versuche geeigneten Form und Menge zu Gebote standen, so konnte ich nach dieser Richtung hin meiner Untersuchung keine weitere Ausdehnung geben. Zugleich schien es aber auch erwünscht, die für den Alkohol gefundenen Resultate in Bezug auf den Einfluss, welchen Gestalt und Substanz des festen Körpers auf den Werth des Capillaritäts-Coëfficienten haben, auch für andere Flüssigkeiten zu bestätigen. Ich habe zu dem Ende dieselbe Beobachtungsreihe wie für den Alkohol auch für Amyl Alkohol und für Buttersäure bereits durchgeführt, verspare mir aber die Mittheilung der Ergebnisse dieser Beobachtungen, welche, um dies hier gleich vorläufig anzuführen, mit dem beim Alkohol gefundenen durchaus in Uebereinstimmung sind, für eine spätere Gelegenheit, um mich zunächst dem in der Ueberschrift dieses Aufsatzes hervorgehobenen Gegenstande zuzuwenden.

II.

Bei der nahen Beziehung, welche zwischen dem Zusammenhang der kleinsten Theile einer Flüssigkeit und der Höhe ihrer Siedepunkttemperatur bestehen zu müssen scheint, wird man leicht auf den Gedanken geführt, daß auch zwischen dem geeigneten Maasse für jenen — wenn anders ein solches aufgestellt werden kann — und der chemischen Zusammensetzung, wenigstens innerhalb gewisser Reihen organischer Verbindungen analoger Beschaffenheit, eine ähnliche Abhängigkeit bestehen müsse, wie sie zwischen Siedetemperatur und Zusammensetzung, von Kopp und anderen Forschern auf dem Gränzgebiete der Chemie und Physik, bereits nachgewiesen worden ist.

Die Frage, welche man sich hier zunächst vorlegen muß, ist offenbar diese: durch welche experimentelle Methode kann man zu Zahlenwerthen für jenen Zusammenhang der kleinsten Theile, oder, mit einer kürzeren Bezeichnung, für die innere Cohäsion der Flüssigkeiten gelangen? — Bei wiederholtem Nachdenken über diesen Punkt erschienen mir alle bisher zur Ausführung gebrachten Beobachtungsweisen, welche etwa hierher hätten bezogen werden können, so die bekannte Methode, benetzbare Platten von Flüssigkeits-Oberflächen abzureißen, das zuerst von Coulomb, dann von Moritz, neuerdings von Meyer angewendete Verfahren, Scheiben im Innern der Flüssigkeit drehende Schwingungen ausführen zu lassen, für den in Rede stehenden Zweck nicht brauchbar, da sie vielmehr zur Bestimmung von charakteristischen Coëfficienten führen, denen man eine andere Bedeutung für das physikalische Verhalten der Flüssigkeiten beilegen muß. — Dagegen schien mir als Maass der Cohäsion innerhalb einer Flüssigkeit das Gewicht der an der linearen Einheit der Berührungscurve bei capillarer Erhebung getragenen Flüssigkeitssäule betrachtet werden zu können, und ich glaubte durch die von mir angewendete, an einer anderen Stelle dieser Annalen beschriebene, directe Methode zur Bestimmung dieser Gewichte für verschiedene Flüssigkeiten zu solchen Maassen der inneren

Cohäsion für letztere gelangen zu können. Freilich fand ich bei genauerer Erwägung diese Erwartung streng genommen nicht bestätigt, denn an der Stelle, wo sich die Belastung bis zum Maximum der Tragfähigkeit gesteigert hat, und wo bei einer Vermehrung des Gewichts das Losreißen eintreten müßte, ist einerseits die Dichte der Flüssigkeit wahrscheinlich nicht die normale des Flüssigkeitsinnern, vielmehr bei verschiedener Wandsubstanz und bei verschiedenen Flüssigkeiten verschiedentlich gesteigert. Sodann wird hier auch die Größe des Zugs nach Oben, welcher dem zur Bewegung nach Unten sollicitirenden Gewicht das Gleichgewicht hält, nicht allein durch den specifischen Werth der von jedem Molekül aus wirkenden Kräfte, sondern zugleich, und zwar in sehr wesentlicher Weise, von der Anordnung der Moleküle auf der krummen Oberfläche des Meniscus bedingt. Aber, wenn auch der Gedanke aufgegeben werden mußte, hier ein reines und leicht bestimmbares Maass der inneren Cohäsion der Flüssigkeiten aufstellen zu können, so blieb doch immer die Kenntniß der sich auf solche Weise ergebenden Werthe, welche ich an einer früheren Stelle als Capillaritäts-Constanten bezeichnete (besser als Capillaritäts-Coëfficienten, da sie ja, wie ich zeigte, nicht constant sind) von Interesse und zugleich eine gewisse Abhängigkeit auch zwischen diesen und der chemischen Zusammensetzung bei Reihen verwandter chemischer Verbindungen wahrscheinlich. Dieß war für mich der Beweggrund, die in Rede stehenden Bestimmungen für eine größere Anzahl solcher Verbindungen, so viel ich mir deren von genügender Reinheit und in erforderlicher Menge verschaffen konnte, auszuführen.

Die Beobachtungen wurden in der früher beschriebenen Weise angestellt, und zwar hier nur mit Platten aus zwei Substanzen, Glas und Platin, da die anderen Metalle von einigen der angewendeten Flüssigkeiten angegriffen worden wären. Eigentlich hätte es hier, wo es nur auf eine Vergleichung des capillaren Verhaltens verschiedener Flüssig-

keiten zu derselben festen Substanz ankam, genügt nur eine der beiden Platten zur Bestimmung zu benutzen; daß die zweite hinzugefügt wurde, geschah, um zugleich für eine größere Reihe von Verbindungen zu ermitteln, ob auch bei ihnen der Einfluß der festen Wand sich geltend machen würde. Freilich waren in dieser Beziehung Glas und Platin nicht gerade glücklich gewählt, da für diese auch beim Alkohol nur geringe Unterschiede des Capillaritäts-Coëfficienten gefunden wurden, doch mußte aus dem oben angeführten Grunde bei ihnen stehen geblieben werden.

Weil Messing von einigen der in Untersuchung genommenen Flüssigkeiten angegriffen wird, durften auch die bisher angewendeten Klemmen aus diesem Metalle nicht mehr benutzt werden. Statt deren verfertigte ich mir zweckmäßig gestaltete Klemmen aus ziemlich starkem Platindraht mit aufwärts gebogener Spitze, welche als Index diene. Diese konnten auf den Platten beliebig verschoben werden und hafteten auf denselben durch die Elasticität des Drahtes.

So wurden für acht flüssige organische Verbindungen verschiedener Zusammensetzung die in Tabelle I zusammengestellten Werthe der Capillaritäts-Coëfficienten an Glas und Platin erhalten.

Tabelle I.

		Strich 1	Strich 2	Strich 3	Strich 4	Mittel	Wegen der Verdichtung corrigirte Mittel.
I. Amyl-Alkohol $\rho = 0,8181$ bei 15°	Glasplatte	2,491	2,698	2,661	2,676	2,630	Str. 1. 2,393
		2,564	2,698	2,588	2,676		" 2. 2,470
		2,430	2,645	2,630	2,707		" 3. 2,374
		2,547	2,630	2,568	2,728		" 4. 2,393
		2,584	2,640	2,698	2,754		2,427
	Platinplatte	2,523	2,662	2,629	2,708	2,525	Str. 1. 2,438
		2,489	2,525	2,558	2,572		" 2. 2,443
		2,489	2,512	2,540	2,581		" 3. 2,453
		2,475	2,498	2,535	2,525		" 4. 2,445
		2,484	2,512	2,544	2,559		2,445

		Strich 1	Strich 2	Strich 3	Strich 4	Mittel	Wegen der Verdichtung corrigirte Mittel
2. Essigsäure $s = 1,0511$ bei 24°	Glasplatte	2,967 2,972 <u>2,970</u>	3,111 3,111 <u>3,111</u>	3,111		3,064	Str. 1. 2,923 » 2. 3,020 » 3. 2,976 <u>2,973</u>
	Platinplatte	2,946 2,938 2,984 3,005 <u>2,968</u>	2,985 3,007 3,016 <u>3,003</u>	2,991		2,987	Str. 1. 2,959 » 2. 2,986 » 3. 2,965 <u>2,970</u>
3. Essigäther $s = 0,8814$ bei $24^{\circ},6$	Glasplatte	2,568 2,630 2,442 2,524 <u>2,541</u>	2,480 2,512 2,527 2,640 2,668 2,632 <u>2,577</u>	2,645 2,589 2,511 2,606 2,606 2,591		2,570	Str. 1. 2,538 » 2. 2,572 » 3. 2,583 <u>2,564</u>
	Platinplatte	2,442 2,480 2,434 <u>2,452</u>	2,478 2,478 2,455 <u>2,470</u>	2,500 2,542 2,525 <u>2,522</u>		2,481	Str. 1. 2,425 » 2. 2,417 » 3. 2,442 <u>2,428</u>
4. Valeriansäure von Delffs $s = 0,9348$ bei 24°	Glasplatte	2,828				2,828	
	Platinplatte	2,613				2,613	
4'. Valeriansäure I Siedpunkt 140° bis 177° $s = 0,9479$ bei $18^{\circ},2$	Glasplatte	2,523 2,523 <u>2,523</u>	2,601 2,683 <u>2,642</u>	Siedpunkt der reinen Säure $174^{\circ},5$		2,583	
	Platinplatte	2,640 2,623 <u>2,632</u>	2,679 2,679 2,665 <u>2,674</u>			2,653	

		Strich 1	Strich 2	Strich 3	Strich 4	Mittel	Wegen der Verdichtung corrigirte Mittel
4". Valeriansäure II bis zum Siedp. 140° $\epsilon = 1,0141$ bei 17° 8	Glasplatte	2,723 2,712 2,718	2,933 2,917 2,925			2,822	
	Platinplatte	2,819 2,819 2,819	2,839 2,839 2,839			2,829	
5. Buttersäure I Siedp. 157 bis 167° $\epsilon = 0,9692$ bei 18° 8	Glasplatte	2,784 2,681 2,733	2,877 2,882 2,880	richtiger Siedpunkt 156°		2,807	
	Platinplatte	2,789 2,743 2,766	2,818 2,795 2,807			2,787	
5'. Buttersäure II Siedp. über 168° $\epsilon = 0,9448$ bei 19°	Glasplatte	2,594 2,715 2,705 2,724 2,724 2,692	2,942 2,839 2,890 2,858 2,858 2,877	2,860 2,869 2,858 2,852 2,860		2,810	
	Platinplatte	2,821 2,807 2,835 2,835 2,825	2,834 2,843 2,856 2,847 2,845	2,835 2,840 2,844 2,844 2,841		2,837	
6. Aether Siedp. 36° 5 $\epsilon = 0,7250$ bei 14° 3	Glasplatte	1,819 1,819 1,819 1,844 1,825	1,993 2,008 2,008 1,983 1,998	2,049 2,039 2,039 2,075 2,051	2,065 2,055 2,055 2,081 2,064	1,985	Str. 1. 1,761 » 2. 1,856 » 3. 1,818 » 4. 1,826 1,815
	Platinplatte	1,888 1,888 1,832 1,911 1,880	1,934 2,026 2,021 1,947 1,982	1,982 1,982 2,045 1,947 2,001	2,032 2,074 2,102 2,069 2,069	1,983	Str. 1. 1,819 » 2. 1,860 » 3. 1,821 » 4. 1,829 1,832

7. Aceton
Siedp. 60°
 $\epsilon = 0,8194$ bei 14° 9

8. Benzin
Siedpunkt 81°
 $\epsilon = 0,7257$ bei 14° 9

Hie
nen F
zu be
Die
des H
3 zeigt
eine s
bindun
in Dar
seinem
mir be
len de
komin
sen. —

		Strich 1	Strich 2	Strich 3	Strich 4	Mittel	Wegen der Verdichtung corrigirte Mittel
7. Aceton Siedp. 60° $s = 0,8124$ bei 14°, 2	Glasplatte	2,590	2,703	2,703	2,937	2,748	Str. 1. 2,628
		2,776	2,704	2,755	2,990		" 2. 2,538
		2,781	2,704	2,755	2,745		" 3. 2,543
		2,642	2,580	2,755	2,847		" 4. 2,615
		2,697	2,673	2,742	2,880		2,581
	Platinplatte	2,550	2,567	2,516	2,516	2,595	Str. 1. 2,579
		2,596	2,609	2,621	2,488		" 2. 2,593
		2,623	2,641	2,650	2,665		" 3. 2,575
		2,591	2,641	2,650	2,599		" 4. 2,522
		2,590	2,615	2,609	2,567		2,567
8. Benzin Siedpunkt 81° $s = 0,87667$ bei 18°, 6	Glasplatte	3,017	3,074			2,998	
		2,956	3,017				
		2,935	2,991				
		2,969	3,027				
	Platinplatte	2,997	3,063			3,050	
		3,044	3,085				
		3,040	3,067				
		3,027	3,072				

Hierbei ist in Betreff der in Untersuchung genommenen Flüssigkeiten und der mitgetheilten Zahlen Folgendes zu bemerken:

Die Flüssigkeiten 1 bis 4 verdanke ich der Gefälligkeit des Hrn. Prof. Delffs, 1, 2 und 4 waren chemisch rein, 3 zeigte nach zweimaliger Destillation über Magnesia noch eine schwach saure Reaction. — Die übrigen flüssigen Verbindungen entnahm ich der chemischen Fabrik von Merck in Darmstadt. — Hr. Hofrath Bunsen hatte die Güte, in seinem Laboratorium durch fractionirte Destillation die von mir benutzten Quantitäten, deren Siedepunkte in allen Fällen den normalen der reinen Verbindung möglichst nahe kommen, aus den käuflichen Fabrikaten darstellen zu lassen. — Bei der Valeriansäure mußte leider das reine De-

stillat (Siedepunkt 172 bis 177°) mit dem nächstvorhergehenden (Siedepunkt 140 bis 170°) nachgehends vermischet werden, da die Quantität für sich genommen zur Ausführung der Beobachtungen nach meiner Methode zu gering ausgefallen war. Die für die, mit Valeriansäure I bezeichnete Flüssigkeit erhaltenen Werthe können also nicht für die reine Säure in Anspruch genommen werden.

Die Buttersäure I kommt der reinen Buttersäure, deren Siedepunkt bei 156° angegeben wird, ziemlich nahe.

Leider war in den meisten Fällen die Flüssigkeitsmenge, welche mir zu Gebote stand, so gering, daß nur kleine Plattenstücke eingetaucht, also nur an den untersten Theilstreichen beobachtet werden konnte. In diesen Fällen konnte die der Verdichtung an der Oberfläche entsprechende Correction nicht ausgeführt werden, daher fallen dann die so erhaltenen Zahlen immer etwas größer aus, als sie seyn mußten, wenn sie nur das Gewicht des capillar gehobenen Flüssigkeitsvolums ausdrückten, mithin auch größer als diejenigen Werthe, welche aus der, nach der gewöhnlichen Methode beobachteten, capillaren Erhebung sich durch Rechnung ergeben. — Da wo die Anzahl der Beobachtungen die Berechnung der Verdichtung an der Platten-Oberfläche gestattete, wurde dieselbe ausgeführt und zur Correction der Capillaritäts-Coëfficienten in der in meinem früheren Aufsatz angeführten Weise benutzt. Die Werthe der Verdichtungs-Coëfficienten β , welche auf diese Weise erhalten wurden, waren folgende:

	an Glas	an Platin
β für Aceton	0,01290	0,002202
β für Amyl Alkohol	0,012422	0,004494
β für Essigsäure	0,00875	0,001697
β für Aether	0,01186	0,01180
β für Essigaether	0,00051	0,00521.

Es muß indessen bemerkt werden, daß manche dieser Zahlen nur geringes Vertrauen verdienen, weil die Anzahl der Beobachtungen, die bei der Berechnung benutzt werden könnten, nur gering war.

Somit war also, mit Hinzurechnung des Alkohols, für neun verschiedene Flüssigkeiten der Capillaritäts-Coëfficient an Glas nach meiner Methode bestimmt worden. Diese Anzahl erschien indessen immer noch zu gering, um in genügender Weise einen Ueberblick über die Abhängigkeit des Werthes dieses Coëfficienten von der chemischen Zusammensetzung gewinnen zu können; andererseits lag aber auch in der Methode selbst, welche zur Anwendung größerer Flüssigkeitsmengen nöthigt, wie man sie sich im Zustande chemischer Reinheit nur in seltenen Fällen verschaffen kann, ein Hinderniß für eine weitere Ausdehnung der Untersuchung.

Es war mir daher sehr erfreulich, aus den Arbeiten der HH. Mendéléeff ¹⁾ und Bède ²⁾, welche für eine längere Reihe von Flüssigkeiten capillare Bestimmungen nach der gewöhnlichen Methode ausgeführt haben, Material zu dem vergleichenden Studium der Capillaritäts-Coëfficienten entnehmen zu können, und zwar durfte ich diess mit um so größerem Vertrauen, da sich in den Fällen, wo wir dieselben Flüssigkeiten in Untersuchung gezogen hatten, zwischen den von mir gefundenen und den aus den Beobachtungen der genannten Forscher abgeleiteten Werthen eine sehr gute Uebereinstimmung zeigte. Zwischen den Resultaten der Letzteren und den meinigen findet nämlich folgende einfache Beziehung statt:

Aus ihren Beobachtungen ergeben sich in bekannter Weise unmittelbar für die verschiedenen Flüssigkeiten die Werthe der von Poisson mit a^2 bezeichneten Constanten, und es muß dann nach der Capillaritätstheorie ³⁾, wenn s das specifische Gewicht der Flüssigkeit, das Product $\frac{a^2 s}{2}$

1) *Comptes rendus* Tome 50, p. 52 und Tome 51, p. 97.

2) *Mém. couronnés par l'Acad. de Belgique* XXX. (5) 1.

3) Siehe z. B. bei Wertheim *Ann. de Ch. et Phys* (3) Tome 63,

p. 159 wo: $s \int_0^{\infty} y dx = \frac{sH^2}{2}$. Darin ist H die Erhebungs-Ordinate

an einer ebenen Wand, welche wie Desains zeigt (*Ann. de Ch. et Phys.* (3) Tome 51, p. 431) $= a$ ist.

gleich seyn der von mir als Capillaritäts-Coëfficient α bezeichneten Zahl, welche das Gewicht des an einem Mllm. der Berührungslinie der Flüssigkeit mit einer Glaswand gehobenen Flüssigkeitsvolums angiebt. (In meinem früheren Aufsatz — Pogg. Ann. Bd. 119, S. 186 — ist irrthümlich allgemein $\alpha = \frac{a^2}{2}$ gesetzt, was nur für Wasser richtig ist, wo $s = 1$.)

Bei Mendéléeff finden sich die Werthe von a^2 unmittelbar vor; aus den Daten, welche Bède mittheilt, müssen dieselben erst berechnet werden. Bède findet nämlich, daß für Glasröhren von 0,05 bis 1 Mllm. Radius das Product $(h + \frac{r}{3})r$, worin h die Höhe des tiefsten Punktes des Meniscus, einen constanten Werth erhält. Er theilt dann die Werthe dieses Products, welche sich innerhalb der erwähnten Gränzen der Röhrenweite bei seinen einzelnen Beobachtungen ergaben, mit. Aus diesen habe ich die Mittel gezogen, die dann bekanntlich sehr nahe $= a^2$ gesetzt werden dürfen.

Bei Mendéléeff finden sich auch die von ihm selbst bestimmten specifischen Gewichte der Flüssigkeiten, welche er benutzt hat (diese sind nicht immer ganz identisch mit den von mir bestimmten), die Berechnung des Products $\frac{a^2 s}{2}$ konnte daher sofort ausgeführt werden. — Bède giebt leider nur beim Alkohol und Aether die specifischen Gewichte bei 0°, woraus denn nach den bekannten Ausdehnungsformeln die specifischen Gewichte für die Versuchstemperatur berechnet wurden. In allen Fällen wurden auch für die Berechnung bei Bède die specifischen Gewichte von Mendéléeff benutzt, oder, falls von Letzterem keine Bestimmung vorlag, die beigesetzten, welche den Angaben anderer Forscher entnommen waren. Hierdurch entsteht jedenfalls eine gewisse Unsicherheit für die nach Bède berechneten Zahlen, um so mehr, da auch nicht immer die specifischen Gewichte, welche genau der Beobachtungstemperatur entsprechen, angewendet werden konnten. — Ich stelle nun

e-
n.
e-
n
ch
st,
n-
s-
h,
o-
es
nn
er-
en
it-
tzt
st
he
mit
s's
2
ei-
hte
or-
tur
die
n-
un-
rer
olls
ten
nen
nt-
un

	* H = 1 O = 16 C = 12	a ² Mendéléeff	s	a ² Bède	
Methyl - Alkohol	C H ₄ O	6,016 bei 15°	0,8065 bei 15°	6,00 bei 14°	0,
Aethyl - Alkohol	C ₂ H ₆ O	5,944 "	0,7958 "	5,75 " "	
Amyl - Alkohol	C ₅ H ₁₂ O	6,006 "	0,8142 "	5,96 " 16	
Essigsäure	C ₂ H ₄ O ₂	5,576 " 15°,6	1,0607 "	5,56 " 12,5	
Buttersäure	C ₄ H ₈ O ₂	5,746 " 16	0,9673 "	.	
Valeriansäure	C ₅ H ₁₀ O ₂	5,655 " 15,5	0,9558 "	.	
Essigsaures Aethyl	C ₄ H ₈ O ₃	5,684 " 10,4	0,8981 "	5,62 " 11,7	
Buttersaures Aethyl	C ₆ H ₁₂ O ₃	5,727 " 14,5	0,8894 "	.	
Ameisensaures Amyl	C ₆ H ₁₂ O ₃	5,929 " 12,1	0,8809 "	.	
Essigsaures Amyl	C ₇ H ₁₄ O ₃	5,959 " 10,8	0,8762 "	.	
Buttersaures Amyl	C ₉ H ₁₈ O ₃	6,037 " 11,4	0,8682 "	.	
Valeriansaures Amyl	C ₁₀ H ₂₀ O ₃	6,050 " 12,1	0,8596 "	.	
Benzoësaures Aldehyd	C ₇ H ₆ O	7,929 " 12,3	1,0504 "	.	
Cumensaures Aldehyd	C ₁₀ H ₁₂ O	7,526 " 12,7	0,9751 "	.	
Oxalsaures Aethyl	C ₆ H ₁₀ O ₄	6,147 " 10,9	1,0824 "	5,75 " 15,8	
Essigsäure - Anhydrid	C ₄ H ₆ O ₃	6,121 " 12,7	1,0792 "	.	
Milchsäure	C ₃ H ₆ O ₃	6,713 " 12,8	1,2485 "	.	
Salicylige Säure	C ₇ H ₆ O ₃	7,640 " 10,1	1,1725 "	.	
Gaultheria - Säure	C ₈ H ₈ O ₃	6,945 " 11,1	1,1845 "	.	
Benzin	C ₆ H ₆	6,817 " 15	0,8441 "	.	
Toluene	C ₇ H ₈	6,654 "	0,8564 "	.	
Xylene	C ₈ H ₁₀	6,626 "	0,8309 "	.	
Cymene	C ₁₀ H ₁₄	6,586 " 15,7	0,8652 "	.	
Amylene	C ₈ H ₁₀	5,380 " 16,5	0,6517 "	.	
Cetene	C ₁₆ H ₃₂	7,002 " 15,2	0,7893 " 15°,2	.	
Aethyl - Bromür	C ₂ H ₅ Br	3,436 " 15	1,4189 " 15	3,55 " 14,7	
Aethyl - Chlorür	C ₂ H ₅ Cl	.	.	4,46 " 0	0
Aethyl - Iodür	C ₂ H ₅ J	3,014 " 15	1,9309 " 15	2,94 " 16	
Amyl - Chlorür	C ₅ H ₁₁ Cl	5,616 " 15,3	0,8744 " 15,3	.	
Amyl - Bromür	C ₅ H ₁₁ Br	4,317 " 15,7	1,2059 " 15,7	.	
Amyl - Iodür	C ₅ H ₁₁ J	3,825 " 15,8	1,5087 " 15,8	.	
Benzoësaures Methyl	C ₈ H ₈ O ₂	7,112 " 12,3	1,0921 " 12,3	.	
Benzoësaures Aethyl	C ₉ H ₁₀ O ₂	6,986 " 14,1	1,0517 " 14,1	.	
Benzoyl - Chlorür	C ₇ H ₅ OCl	6,679 " 13,8	1,2179 " 13,8	.	
Aethyl - Amyl - Oxyd	C ₇ H ₁₆ O	5,820 " 14,7	0,8036 " 14,7	.	
Aceton	C ₃ H ₆ O	6,133 " 15	0,8008 " 15	.	
Ameisensaures Aethyl	C ₃ H ₆ O ₂	.	.	5,60 " 16,4	0
Essigsaures Methyl	C ₃ H ₆ O ₂	.	.	5,47 " 16	0
Chloroform	C ₂ H ₂ Cl ₃	.	.	3,80 " 12,5	1
Flüssigkeit d. Holländer	C ₂ H ₄ Cl ₂	.	.	5,21 " 16,2	1
Aether (nach Brunner) ¹⁾	C ₄ H ₁₀ O ₂	4,933 " 15	0,728 " 15	5,21 " 15,8	0

1) Poggendorff's Annalen Bd. 70, S. 515.

Tabelle II.

a^2 Bède	s	$\frac{a^2 s}{2}$ Mendéléeff	$\frac{a^2 s}{2}$ Bède	α Wilhelmy	α corrigirt Wilhelmy	s
bei 14°	.	2,426	2,419	.	.	.
» »	0,8275 bei 0°	2,365	2,342	2,552	2,325	0,7933 bei 18°,4
» 16	.	2,445	2,426	2,630	2,427	0,8181 » 15
» 12,5	.	2,957	2,948	3,064	2,973	1,0511 » 24
.	.	2,779	.	2,807	.	0,9692 » 18,8
.	.	2,703	.	2,828	.	0,9342 » 24
» 11,7	.	2,552	.	2,570	2,564	0,8144 » 24,6
.	.	2,547
.	.	2,611
.	.	2,611
.	.	2,621
.	.	2,600
.	.	4,164
.	.	3,669
» 15,8	.	3,327	3,112	.	.	.
.	.	3,303
.	.	3,936
.	.	4,769
.	.	4,113
.	.	2,877	2,760	2,998	.	0,87667 » 18,6
.	.	2,849
.	.	2,752
.	.	2,849
.	.	1,753
.	.	2,763
» 14,7	.	2,438	2,518	.	.	.
» 0	0,874	.	1,982	.	.	.
» 16	.	2,910	2,838	.	.	.
.	.	2,455
.	.	2,603
.	.	2,885
.	.	3,883
.	.	3,674
.	.	4,067
.	.	2,338
.	.	2,456	2,486	2,748	2,581	0,8124 » 14,2
» 16,4	0,940	.	2,632	.	.	.
» 16	0,944	.	2,582	.	.	.
» 12,5	1,480	.	2,812	.	.	.
» 16,2	1,250	.	3,256	.	.	.
» 15,8	0,7430 bei 0	1,796 (Brunnes)	1,892	1,985	1,815	0,7250 » 14,2

in
ten
ben
von

ten

che

Bè

fun

sigh

von

sod

ich

ein

nab

ber

sine

a^2s

$\frac{2}{2}$

den

ver

alle

die

wo

nab

ihre

mis

the

tun

gle

Ve

ein

das

zu

in der Tabelle II sowohl die von Mendéléeff an der citirten Stelle mitgetheilten, als auch die aus den von Bède gegebenen Zahlen in der erwähnten Weise berechneten Werthe von a^2 , ferner unter Beifügung der zur Berechnung benutzten specifischen Gewichte die Werthe des Products $\frac{a^2 s}{2}$, welche sich aus den Beobachtungen von Mendéléeff und Bède ergeben, zusammen, und daneben die von mir gefundenen Zahlen für die Capillaritäts-Coëfficienten der Flüssigkeiten an Glas.

(Hier folgt die Tabelle II.)

Es ergibt sich daraus, dafs erstens die Beobachtungen von Bède und Mendéléeff recht gut übereinstimmen, sodann aber auch, wie schon oben erwähnt, dafs da, wo ich dieselbe Flüssigkeit in Untersuchung genommen, wie einer der beiden Genannten, mein Capillaritäts-Coëfficient α nahe zusammenfällt mit dem aus den Beobachtungen jener berechneten $\frac{a^2 s}{2}$. Die nicht corrigirten Werthe meines α sind indessen immer um 0,1 bis 0,2 gröfser, als diefs $\frac{a^2 s}{2}$, wie diefs im Voraus erwartet werden mufste, da in den ersteren noch das Gewicht der an der Plattenwand verdichteten Flüssigkeitsmenge enthalten ist. Hätte ich in allen Fällen diese Correctur anbringen können, so würde dieser Unterschied wahrscheinlich durchgehends beseitigt worden seyn. Da aber meine uncorrigirten Werthe alle nahezu um gleich viel zu grofs ausfallen, so wird diefs bei ihrer Vergleichung zur Ermittlung des Einflusses der chemischen Zusammensetzung von keinem weiteren Nachtheil seyn.

Benutzt man nun bei dieser Vergleichung die Beobachtungen aus allen drei Versuchsreihen, wobei man ihnen gleiche Zuverlässigkeit beimifst, so gelangt man, indem man Verbindungen die sich in einfacher Weise durch Aufnahme einzelner Molecüle oder bestimmter Molecular-Gruppen in das complexe Molecül unterscheiden, nebeneinander stellt, zu einigen allgemeinen Sätzen über die Beziehung zwischen

der Zusammensetzung und dem Werthe der Capillaritäts-Coefficienten der Flüssigkeiten für Glas. Ich lasse diese Sätze, neun an der Zahl, von denen die ersten sechs eine allgemeinere, die letzten drei eine mehr beschränkte Geltung haben, indem sie sich nur auf Verbindungen von verwandtem chemischen Charakter beziehen, der Reihe nach folgen. Zugleich füge ich jedem dieser Sätze die aus den Beobachtungsergebnissen entnommenen tatsächlichen Beweise bei, wobei ich auch einige zu entgegengesetzten Folgerungen führende Beziehungen nicht verschweigen will, deren geringe Anzahl wohl nicht genügen wird, die Beweiskraft der zustimmenden Fälle zu beeinträchtigen.

1. Aufnahme von C in das Molecül erhöht den Capillaritäts-Coefficienten.

		$\frac{a^2 s}{2}$ (Mendé- lécff)	$\frac{a^2 s}{2}$ (Bède)	α nicht corrigirt (Vvil- helmy)
Alkohol	$C_2 H_6 O$	2,365	2,342	2,552
Aceton	$C_3 H_8 O$	2,456	2,486	2,748
Essigs. Aethyl	$C_4 H_8 O_2$	2,552		2,570
Benzoës. Methyl	$C_8 H_8 O_2$	3,883		
Amylene	$C_8 H_{10}$	1,753		
Xylene	$C_8 H_{10}$	2,752		
Valeriansäure	$C_5 H_{10} O_2$	2,703		2,828
Benzoës. Aethyl	$C_9 H_{10} O_2$	3,674		

Abweichend verhalten sich:

Milchsäure	$C_3 H_6 O_3$	3,936		
Essigsäure - Anhydrit	$C_4 H_6 O_3$	3,303		

2. Aufnahme von O in das Molecül erhöht den Capillaritäts-Coefficienten.

Aceton	$C_3 H_8 O$	2,456		
Ameisens. Aethyl	$C_3 H_8 O_2$		2,632	
Milchsäure	$C_3 H_6 O_3$	3,936		
Amylene	$C_8 H_{10}$	1,753		
Valeriansäure	$C_5 H_{10} O_2$	2,703		
Benzoës. Aldehyd	$C_7 H_6 O$	4,164		
Salicylige Säure	$C_7 H_6 O_2$	4,769		

in das Molecül erhöht den Capillari-
 tät; in das Molecül erniedrigt den
 Capillartät; in das Molecül erhöht den
 Capillartät; in das Molecül erniedrigt den

		$\frac{a^2}{3}$ (Mendé- lèeff)	$\frac{a^2}{2}$ (Bède)	α nicht corrigirt (Wil- helmy)
Benzoës. Methyl	$C_8 H_8 O_2$	3,883		
Gaultheria Säure	$C_8 H_8 O_3$	4,113		

3. Gleichzeitige Aufnahme von C und O erhöht den
 Capillartät-Coëfficienten.

Methyl-Alkohol	$C H_4 O$	2,426	2,419	
Essigsäure	$C_2 H_4 O_2$	2,957	2,948	3,064
Alkohol	$C_2 H_6 O$	2,365		
Milchsäure	$C_3 H_4 O_3$	3,936		
Buttersäure	$C_4 H_8 O_2$	2,779		
Gaultheria-Säure	$C_8 H_8 O_3$	4,113		
Amylene	$C_6 H_{10}$	1,753		
Oxalsäure Aethyl	$C_8 H_{10} O_4$	3,327		

4. Aufnahme von H in das Molecül erniedrigt den
 Capillartät-Coëfficienten.

Benzoës. Aldehyd	$C_7 H_6 O$	4,164		
Aethyl-Amyl-Oxyd	$C_7 H_{10} O$	2,338		
Salicylige Säure	$C_7 H_6 O_2$	4,769		
Essigs. Amyl	$C_7 H_{14} O_2$	2,611		
Benzoës. Aethyl	$C_8 H_{10} O_2$	3,674		
Butters. Amyl	$C_8 H_{18} O_2$	2,621		

5. Aufnahme von O unter gleichzeitiger Abgabe von H erhöht den
 Capillartät-Coëfficienten.

Buttersäure	$C_4 H_8 O_2$	2,779		
Essigsäure Anhydrit	$C_4 H_6 O_3$	3,303		
Amyl Alkohol	$C_5 H_{12} O$	2,445		2,630
Valeriansäure	$C_5 H_{10} O_2$	2,703		2,807
Aethyl-Amyl-Oxyd	$C_7 H_{10} O$	2,338		
Essigs. Amyl	$C_7 H_{14} O_2$	2,611		
Xylene	$C_8 H_{10}$	2,752		
Benzoës. Methyl	$C_8 H_8 O_2$	3,883		
Cymene	$C_{10} H_{14}$	2,849		
Cumens. Aldehyd	$C_{10} H_{12} O$	3,669		

6. Aufnahme von Cl Br und I in das Molecül erhöht den Capillari-
täts-Coëfficienten bei gleichzeitiger Abgabe von H, aber auch inner-
halb gewisser Gränzen, wenn zugleich H aufgenommen oder O
abgegeben wird.

		$\frac{a^2 s}{2}$ (Mendé- lécff)	$\frac{a^2 s}{2}$ (Bède)	α nicht corrigirt (Wil- helmy)
Aethyl- Chlorür	$C_2 H_5 Cl$		1,982	
Flüss. d. Holländer	$C_2 H_4 Cl_2$		3,256	
Aethyl- Chlorür	$C_2 H_5 Cl$		1,982	
Chloroform	$C_2 H_2 Cl_4$		2,812	
Aethyl- Amyl- Oxyd	$C_7 H_{15} O$	2,338		
Benzoyl- Chlorür	$C_7 H_5 O Cl$	4,067		
Aether	$C_2 H_5 O_2$		1,892	
Aethyl- Chlorür	$C_2 H_5 Cl$		1,982	
Aethyl- Bromür	$C_2 H_5 Br$		2,518	
Aethyl- Iodür	$C_2 H_5 J$		2,838	
Amylene	$C_5 H_{10}$	1,753		
Amyl- Alkohol	$C_5 H_{11} O$	2,445		
Amyl- Chlorür	$C_5 H_{11} Cl$	2,455		
Amyl- Bromür	$C_5 H_{11} Br$	2,603		
Amyl- Iodür	$C_5 H_{11} J$	2,885		

Abweichend von der Regel:

Flüssigkeit der Holländer	$C_2 H_4 Cl_2$	3,256
Chloroform	$C_2 H_2 Cl_4$	2,812

7. Aufnahme von $nC + 2nH$ in das Molecül verändert den Capilla-
ritäts-Coëfficienten nicht bei Verbindungen verwandten chemischen
Charakters.

Methyl- Alkohol	$C H_4 O$	2,419	2,426	
Aethyl- Alkohol	$C_2 H_6 O$	2,342	2,365	2,552
Amyl- Alkohol	$C_5 H_{12} O$	2,426	2,445	2,630
Essigsäure	$C_2 H_4 O_2$	2,957		3,064
Buttersäure	$C_4 H_8 O_2$	2,779		2,807
Valeriansäure	$C_5 H_{10} O_2$	2,703		2,828
Essigsaures Methyl	$C_2 H_4 O_2$		2,582	
Essigsaures Aethyl	$C_4 H_8 O_2$	2,552		
Ameisens. Amyl	$C_5 H_{12} O_2$	2,611		
Essigs. Amyl	$C_7 H_{14} O_2$	2,611		
Butters. Amyl	$C_9 H_{18} O_2$	2,621		
Valerians. Amyl	$C_{10} H_{20} O_2$	2,600		

		$\frac{a^2 s}{2}$ (Mendé- léeff)	$\frac{a^2 s}{2}$ (Bède)	α nicht corrigirt (Vil- helmy)
Benzin	$C_6 H_6$	2,877		
Toluene	$C_7 H_8$	2,849		
Xylene	$C_8 H_{10}$	2,752		
Cymene	$C_{10} H_{14}$	2,849		
Benzoës. Aldehyd	$C_7 H_6 O$	4,164		
Cumens. Aldehyd	$C_{10} H_{12} O$	3,669		
Benzoës. Methyl	$C_8 H_8 O_2$	3,883		
Benzoës. Aethyl	$C_9 H_{10} O_2$	3,674		

8. Aufnahme von O bei gleichzeitiger Aufnahme oder Abgabe des Complexes $nC + 2nH$ giebt eine Erhöhung des Capillaritäts-Coëfficienten.

Essigsäure-Anhydrit	$C_4 H_6 O_3$	3,303		
Oxals. Aethyl	$C_8 H_{10} O_4$	3,327		
Amylene	$C_8 H_{10}$	1,753		
Valerians. Methyl	$C_{10} H_{16} O_2$	2,600		
Cumens. Aldehyd	$C_{10} H_{12} O$	3,669		
Benzoës. Methyl	$C_8 H_8 O_2$	3,883		

Diese Regel gilt, wie die vorige, nur für Verbindungen verwandten Charakters, daher folgende Ausnahmen:

Salicylige Säure	$C_7 H_6 O_7$	4,769		
Gaultheria Säure	$C_8 H_8 O_5$	4,113		
Cetene	$C_{16} H_{32}$	2,763		
Ameisens. Amyl	$C_8 H_{12} O_2$	2,611		

Dagegen folgt der Regel:

Cetene	$C_{16} H_{32}$	2,763		
Essigsäure	$C_4 H_6 O_3$	2,957		

9. Isomere Verbindungen haben nur bei verwandtem chemischen Charakter gleiche Capillaritäts-Coëfficienten.

Butters. Aethyl	$C_8 H_{14} O_2$	2,547		
Ameisens. Amyl	$C_8 H_{14} O_2$	2,611		
Ameisens. Aethyl	$C_3 H_8 O_2$	2,632		
Essigs. Methyl	$C_3 H_8 O_2$	2,582		
Buttersäure	$C_4 H_8 O_2$	2,779		2,807
Essigs. Aethyl	$C_4 H_8 O_2$	2,552		2,570

Schließlich will ich noch darauf hinweisen, daß Mendéléeff bereits bemüht war, eine Beziehung zwischen der Zusammensetzung der von ihm zu capillaren Bestimmungen benutzten Flüssigkeiten und der Cohäsion zu ermitteln. Er machte es sich aber selbst unmöglich, die hier aufgestellten einfachen Gesetze aufzufinden, dadurch, daß er die Producte $\frac{a^2 s}{2}$, welche der richtige Ausdruck für die Cohäsion auf der linearen Einheit der Flüssigkeit an der Gefäßwand sind, mit dem Atomgewichte A der letzteren multiplicirte. Er glaubte auf diese Weise die moleculare Cohäsion zu erhalten, und wollte von dieser dann Anwendung machen zur Herleitung der Gesetze chemischer Actionen.

Dies war aber einerseits nicht der richtige Weg zur Auffindung des Zusammenhanges der einzelnen Molecüle, vielmehr hätten, um letzteren zu bestimmen, jene Producte mit dem Durchmesser des Atomvolums, also mit $\left(\frac{A}{s}\right)^{\frac{1}{3}}$ multiplicirt werden müssen. Andererseits kam auch, da ja A bereits von der chemischen Zusammensetzung abhängt, durch diese Multiplication ein weiterer Factor in das Product, welcher die ursprüngliche Beziehung nothwendig verändern und in den meisten Fällen ganz verdecken mußte. — Man erkennt dies leicht bei mathematischer Bezeichnung. Ist nämlich die Cohäsion $C = f(z)$, das Atomgewicht $A = \varphi(z)$, so mußte $A \cdot C = \varphi(z) \cdot f(z) = F(z)$ eine von $f(z)$ ganz verschiedene Beziehung darstellen, konnte möglicherweise von der Zusammensetzung z ganz unabhängig werden. Man kann sich daher unter diesen Umständen nicht darüber wundern, daß Mendéléeff auf die einfachen Verhältnisse, welche hier obwalten, nicht aufmerksam wurde.

III.

Nach Erledigung meines Hauptgegenstandes will ich nun noch die mitgetheilten Beobachtungsergebnisse benutzen, um daran die Frage nach dem Einfluß der Substanz der festen Wand, soweit dies hier, wo nur zwei verschiedene Platten, eine Glasplatte und eine Platinplatte, zur Anwendung ka-

men, möglich ist, zu erörtern. — Ich stelle daher die an beiden Platten erhaltenen Mittelwerthe für die verschiedenen Flüssigkeiten in Tabelle III nochmals zusammen:

Tabelle III.

Uncorrigirte Werthe des Capillaritäts-Coëfficienten.

	an Glasplatte	an Platinplatte
Alkohol	2,552	2,509
Amyl-Alkohol	2,603	2,536
Aether	1,985	1,983
Essigsäure	3,064	2,987
Essigäther	2,570	2,481
Aceton	2,748	2,595
Valeriansäure	2,828	2,613
Buttersäure	2,807	2,787
Benzin	2,998	3,005

Corrigirte Werthe des Capillaritäts-Coëfficienten.

Alkohol	2,325	2,395
Amyl-Alkohol	2,427	2,445
Aether	1,815	1,832
Essigsäure	2,973	2,970
Essigäther	2,564	2,428
Aceton	2,581	2,567

Aus dieser Zusammenstellung ergibt sich, daß, wenn man die uncorrigirten Werthe vergleicht, der Capillaritäts-Coëfficient für Glas immer größer ist, als der für Platin (nur bei Benzin sind beide nahezu gleich). Bringt man aber die Berichtigung für die Oberflächenverdichtung an, so kehrt sich, wie es scheint, das Verhältniß um, da die Verdichtung an der Glasplatte meist größer ist, als an der Platinplatte, doch zeigen sich hier mehrfache Abweichungen; auch kann über die Größe der Oberflächenverdichtung, weil von den angewendeten Flüssigkeiten zu geringe Mengen zu Gebote standen, in manchen Fällen gar nicht, in anderen nicht mit genügender Sicherheit geurtheilt werden. Die genauere Untersuchung der Oberflächenverdichtung wird mich übrigens in einem späteren Aufsätze beschäftigen, welcher ausschließlich diesem hier nur beiläufig behandelten Gegenstande gewidmet seyn soll.

III. *Ueber die Möglichkeit, bis zu gewissen Gränzen Uebereinstimmung, respective Proportionalität, unter den Spectralapparaten zu erzielen;*
von F. Gottschalk.

Der Spectralapparat ist nach Angabe Bunsen's (vergl. Pogg. Ann. Bd. 113, S. 374) aus der optischen und astronomischen Werkstatt von C. A. Steinthal in München mit zwei wesentlichen Verbesserungen hervorgegangen. Das eine Mal nämlich ermöglicht die Anbringung des kleinen Prismas vor dem Spalte die gleichzeitige Beobachtung zweier verschiedener oder problematisch identischer Körper, und das andere Mal ist in der photographisch-mikroskopischen Scale von Salleron und Ferrier in Paris ein einfaches und dem Zwecke dieser Apparate genügend entsprechendes Mittel gegeben, die Lage der ein bestimmtes Element charakterisirenden Streifen ihrem Abstände nach ein für allemal zu kennen.

Fast aus allen Angaben verschiedener Beobachter geht aber hervor, daß die Abstände bestimmter Spectralstreifen für verschiedene Apparate nicht nur nicht gleich, sondern nicht einmal proportional sind. Diesem Umstande gemäß macht Bunsen neuerlichst (vgl. Pogg. Ann. B. 119, S. 10) den Vorschlag, die Lage α eines in dem Apparate A beobachteten Streifens für einen andern Apparat A' durch Interpolation zwischen sich in beiden Apparaten entsprechenden, zweckmäßig gewählten Streifen, b, c, d, \dots und b', c', d', \dots , zu berechnen. Gesetzt nun auch, die Unsicherheit der so berechneten Lage α' wäre bei der begränzten Schärfe des Messungsinstrumentes dieser Apparate nicht allzubedeutend, so scheint doch in einzelnen Fällen die zweckmäßige Wahl der Streifen, wie z. B. aus Johnson's und Allen's Berechnungen (a. a. O.) hervorgeht, ihre Schwierigkeiten zu haben, und somit diese Unsicherheit eine größere werden zu können.

Unter diesen Umständen scheint die Frage geboten, ob nicht unter vielleicht unschwer zu erfüllenden Bedingungen genügend übereinstimmende, oder wenigstens sehr annähernd proportionale Apparate erlangt werden können.

Die Veranlassung zu den erwähnten Differenzen kann offenbar doppelter Art seyn. Es kommt nämlich zur Erlangung einer Uebereinstimmung einmal auf die Dimensionen der Scala und die Focallänge der Linsencombination des Scalenrohres, und sodann auf die physikalische und geometrische Beschaffenheit des Prismas und seine Aufstellung an. Wären bei übrigens guter Construction die Apparate in Bezug auf den zweiten Punkt gut übereinstimmend, so würden Verschiedenheiten bezüglich des ersteren zum Wenigsten für Proportionalität nicht hinderlich seyn. Es wird jedoch in der Regel der Fall seyn, daß Verschiedenheiten in Beziehung auf beide Punkte die Nichtübereinstimmung compliciren.

I. Von den Verschiedenheiten, welche das Scalenrohr verursachen kann.

Die Wirkungsweise des Scalenrohres ist folgende. Die Scala mit ihren transparenten Theilstrichen abc (Fig. 8 Taf. I) befindet sich in der Brennweite der Linsencombination de . Jeder einzelne Theilstrich, a, b, c , sendet vermöge der vor der Scale stehenden leuchtenden Flamme einen Strahlenbüschel $g'ag'', g'bg'', g'cg''$ auf die Combination de , und diese bewirkt den Parallelismus sämmtlicher jedem Theilstriche zugehörnder Strahlen in einer bestimmten Richtung, nämlich in der des entsprechenden Hauptstrahls ag, bg, cg , der in unveränderter Richtung durch den optischen Mittelpunkt g der Combination de geht. Die so durch de parallel gemachten Strahlen $a'a'', b'b'', c'c''$, entsprechend den Theilstrichen a, b, c , treffen nun auf die Prismenfläche kl (Fig. 9 Taf. I), und werden daselbst reflectirt. Es genügt, die Richtung der Hauptstrahlen agf, bge, cgd bis zur Reflexion an kl zu verfolgen. Nach den

Regeln der Spiegelung ist nämlich vermöge der Congruenz der betreffenden Dreiecke:

$$\angle mho = dgf = age$$

$$\angle nho = egf = agb$$

$$\angle mhn = dge = bgc$$

und bilden somit die Hauptstrahlen ag , bg , cg (Fig. 8 u. 9 Taf. I) untereinander dieselben Winkel, wie die ihnen entsprechenden reflectirten Strahlen fo , en , dm . Zu dem jedesmaligen reflectirten Hauptstrahle fo , en , dm hat man sich nun unendlich viele ebenso reflectirte, ihm parallele Nebenstrahlen hinzuzudenken, welche in dem Brennpunkte des Objectivs des astronomischen Beobachtungsfernrohrs das betreffende Theilstrichbild abc hervorrufen. Es entsteht demgemäß in der Brennweite dieses Objectivs, so weit es das Gesichtsfeld des Fernrohrs erlaubt, das ganze oder theilweise Bild der Scale, und die Drehbarkeit des Fernrohrs gestattet, jede Theilstrichrichtung mit der Axe desselben zusammenfallen, d. h. jeden Theilstrich das Fadenkreuz passiren zu lassen, mithin mittelst Bewegung des Beobachtungsfernrohrs die gesammte Scale nach und nach zu übersehen.

Der Winkel agb , welchen der Hauptstrahl des Theilstrichs a (Fig. 10 Taf. I) mit dem von b macht, hängt nun ab von der Länge ab und bg . Liegt nämlich b , der mittelste der Theilstriche, in der Axe bg des Scalenrohrs, so ist:

$$\angle agb = \text{arc tg } \frac{ab}{bg},$$

wo ab die halbe Scalen- und bg die Focallänge der Combination de bedeutet. Es ist demnach der durch die Scale behufs der Winkelmessung repräsentirte Gradbogen:

$$\angle agc = 2 \text{ arc tg } \frac{ab}{bg}.$$

Es ist nun klar, dafs, wenn die Gröfsen ab und bg an allen Spectralapparaten dieselben wären, man dann ein fast unbedingt gleiches Maafs für die Winkelabstände der Spectralstreifen hätte. Die Gröfse ac , die absolute Länge

der Scale, ist, da Salleron bisher der alleinige Verfertiger, sicher an allen Apparaten gleich. Ich fand die absolute Länge derselben, indem ich drei verschiedene Scalen mikroskopisch maafs, zu 14,84 Mllm., mithin $ab = 7,42$ Mllm. Dagegen stellte sich in der Gröfse bg an drei Apparaten schon eine merkliche Verschiedenheit ein, sie war an dem einen 106^{mm} , an dem andern 110^{mm} , und an dem dritten 117^{mm} . In der nachstehenden Tabelle I wurden nun die Gröfsen ab und ac mit oben genannten Werthen zu Grunde gelegt und für die von 100 bis 120^{mm} sich ändernde Focallänge der entsprechende Winkelwerth des Abstandes je zweier Theilstriche ermittelt. Da die Scale eine ebene und keine cylindrische Fläche ist, so mufs nothwendig von der Mitte nach beiden Scalenenenden eine allmähliche Verminderung des Winkelabstandes zwischen je zwei Theilstrichen statthaben. Es wurde demgemäfs in der Tab. I der Winkelwerth der Theilstriche von 0 bis 1 und 249 bis 250 neben dem von 124 bis 125 und 125 bis 126 aufgeführt, und das sich aus beiden ergebende Mittel im Folgenden zur Rechnung verwandt. Der hierdurch verursachte Fehler beträgt im Maximum ungünstigsten Falls $\pm 0,1$ eines Theilstrichs und ist daher in den allermeisten Fällen für die Genauigkeit der Beobachtungen mittelst eines Apparats dieser Art ohne allen Belang.

Tabelle I.

$$ac = 14,84^{\text{mm}}, ab = 7,42^{\text{mm}}$$

δg	Theilstrich 124 — 125, 125 — 126	Theilstrich 0 — 1, 249 — 250	Zur Rechnung verwandte Mittel
100	122,43	121,78	122,15
101	121,22	120,59	120,90
102	120,03	119,41	119,72
103	118,87	118,27	118,57
104	117,73	117,14	117,43
105	116,61	116,04	116,32
106	115,50	114,96	115,23
107	114,42	113,83	114,12
108	113,34	112,85	113,09
109	112,33	111,81	112,07
110	111,30	110,81	111,05
111	110,30	109,79	110,04
112	109,32	108,85	109,08
113	108,35	107,89	108,12
114	107,40	106,96	107,18
115	106,46	106,03	106,24
116	105,55	105,13	105,34
117	104,64	104,24	104,44
118	103,76	103,36	103,56
119	102,89	102,49	102,69
120	102,03	101,65	101,84

II. Von den Verschiedenheiten, welche durch die Eigenschaften des Prismas bedingt werden.

Die meiste Veranlassung zur Nichtübereinstimmung der Spectralapparate, abgesehen von der in vorstehender Tabelle I berücksichtigten etwaigen verschiedenen Beschaffenheit des Scalenrohres als Messungsinstrument, liegt sicher in den abweichenden Eigenschaften der zu den Apparaten verwandten Prismen. Es hängt nämlich der Winkelabstand der verschiedenen Spectralstrahlen unter sich ab: 1) von den Brechungscoefficienten der Glassorte, aus der das Prisma besteht, 2) von dem brechenden Winkel desselben und 3) von der Stellung der Eintrittsfläche des Prismas zur Spaltenrohraxe. Es kommt nun hier darauf an, zu untersuchen, ob Verschiedenheiten der Prismen bezüglich dieser drei Punkte, wie sie sicher immer vorhanden sind, sich nicht mit einem hinlänglichen Grade von Genauigkeit für die

Ueber
chen
mas,
ausse
trotz
verso
einst
Abst
Stral
ten.
schie
trala
behu
Abh
No.
sche
wie

No. 1
No. 2
No. 3
No. 4

1)
2)

Uebereinstimmung, durch Veränderung eines Theils des brechenden Winkels, andern Theils der Aufstellung des Prismas, compensiren lassen, mithin zu erfahren, ob, bei Voraussetzung einer bestimmten Glassorte, nämlich Flintglas, trotz der Abweichungen in Bezug auf die Coëfficienten der verschiedenen Sortennummern sich nicht hinlänglich übereinstimmende oder proportionale Apparate erzielen lassen.

Am Bequemsten für diese Untersuchung schien es, die Abstände der Fraunhofer'schen Linien *B, C, D... H*, als Strahlen von sich gleichbleibender Brechbarkeit, zu betrachten. Da mir nun aber die Coëfficienten von etwai gen verschiedenen Flintglasnummern, aus denen Prismen für Spectralapparate geliefert werden, nicht zu Gebote stehen, so benutzte ich dabei die Coëfficienten der in Fraunhofer's Abhandlungen ¹⁾ mehr erwähnten Nummern No. 13, No. 23, No. 30 und No. 3, und ausserdem noch die für Faraday'sches Flintglas von Plücker und Dutirou bestimmten ²⁾, wie sie in nachstehenden Tabellen II und III aufgeführt sind.

Tabelle II.

Coëfficienten der Fraunhofer'schen Flintglasnummern.

	<i>B_n</i>	<i>C_n</i>	<i>D_n</i>	<i>E_n</i>	<i>F_n</i>	<i>G_n</i>	<i>H_n</i>
No. 13	1,627749	1,629681	1,635036	1,642024	1,648260	1,660285	1,671062
No. 23	1,626596	1,628469	1,633667	1,640495	1,646756	1,658848	1,669686
No. 30	1,623570	1,625477	1,630585	1,637356	1,643466	1,655406	1,666072
No. 3	1,602042	1,603800	1,608494	1,614532	1,620042	1,630772	1,640373

Tabelle III.

Coëfficienten vom Faraday'schen Flintglase.

Nach	<i>B_n</i>	<i>C_n</i>	<i>D_n</i>	<i>E_n</i>	<i>F_n</i>	<i>G_n</i>	<i>H_n</i>
Plücker	1,7050	1,7077	1,7148	1,7242	1,7325	1,7498	1,7651
Dutirou	1,7049	1,7070	1,7144	1,7234	1,7320	1,7486	1,7637

1) Fraunhofer's Abhandlung: Bestimmung des Brechungs- und Farbenzerstreuungsvermögens verschiedener Glassorten usw. (Denkschriften der Königl. Academie der Wissenschaften zu München für die Jahre 1814 und 1815 B. V, Klasse der mathematischen u. Naturwissenschaften S. 225)

2) Möller-Pouillet's Lehrbuch der Physik, 6. Aufl. Bd. I, S. 922.

Tabelle I.

$$ac = 14,84\text{mm}, ab = 7,42\text{mm}.$$

δg	Theilstrich 124 — 125, 125 — 126	Theilstrich 0 — 1, 249 — 250	Zur Rechnung verwandte Mittel
mm	"	"	"
100	122,43	121,78	122,15
101	121,22	120,59	120,90
102	120,03	119,41	119,72
103	118,87	118,27	118,57
104	117,73	117,14	117,43
105	116,61	116,04	116,32
106	115,50	114,96	115,23
107	114,42	113,83	114,12
108	113,34	112,85	113,09
109	112,33	111,81	112,07
110	111,30	110,81	111,05
111	110,30	109,79	110,04
112	109,32	108,85	109,08
113	108,35	107,89	108,12
114	107,40	106,96	107,18
115	106,46	106,03	106,24
116	105,55	105,13	105,34
117	104,64	104,24	104,44
118	103,76	103,36	103,56
119	102,89	102,49	102,69
120	102,03	101,65	101,84

II. Von den Verschiedenheiten, welche durch die Eigenschaften des Prismas bedingt werden.

Die meiste Veranlassung zur Nichtübereinstimmung der Spectralapparate, abgesehen von der in vorstehender Tabelle I berücksichtigten etwaigen verschiedenen Beschaffenheit des Scalenrohres als Messungsinstrument, liegt sicher in den abweichenden Eigenschaften der zu den Apparaten verwandten Prismen. Es hängt nämlich der Winkelabstand der verschiedenen Spectralstrahlen unter sich ab: 1) von den Brechungscoëfficienten der Glassorte, aus der das Prisma besteht, 2) von dem brechenden Winkel desselben und 3) von der Stellung der Eintrittsfläche des Prismas zur Spaltenrohraxe. Es kommt nun hier darauf an, zu untersuchen, ob Verschiedenheiten der Prismen bezüglich dieser drei Punkte, wie sie sicher immer vorhanden sind, sich nicht mit einem hinlänglichen Grade von Genauigkeit für die

Uebereinstimmung, durch Veränderung eines Theils des brechenden Winkels, andern Theils der Aufstellung des Prismas, compensiren lassen, mithin zu erfahren, ob, bei Voraussetzung einer bestimmten Glassorte, nämlich Flintglas, trotz der Abweichungen in Bezug auf die Coëfficienten der verschiedenen Sortennummern sich nicht hinlänglich übereinstimmende oder proportionale Apparate erzielen lassen.

Am Bequemsten für diese Untersuchung schien es, die Abstände der Fraunhofer'schen Linien *B, C, D... H*, als Strahlen von sich gleichbleibender Brechbarkeit, zu betrachten. Da mir nun aber die Coëfficienten von etwaigen verschiedenen Flintglasnummern, aus denen Prismen für Spectralapparate geliefert werden, nicht zu Gebote stehen, so benutzte ich dabei die Coëfficienten der in Fraunhofer's Abhandlungen ¹⁾ mehr erwähnten Nummern No. 13, No. 23, No. 30 und No. 3, und außerdem noch die für Faraday'sches Flintglas von Plücker und Dutirou bestimmten ²⁾, wie sie in nachstehenden Tabellen II und III aufgeführt sind.

Tabelle II.

Coëfficienten der Fraunhofer'schen Flintglasnummern.

	<i>Bn</i>	<i>Cn</i>	<i>Dn</i>	<i>En</i>	<i>Fn</i>	<i>Gn</i>	<i>Hn</i>
No. 13	1,627749	1,629681	1,635036	1,642024	1,648260	1,660285	1,671062
No. 23	1,626596	1,628469	1,633667	1,640495	1,646756	1,658848	1,669686
No. 30	1,623570	1,625477	1,630585	1,637356	1,643466	1,655406	1,666072
No. 3	1,602042	1,603800	1,608494	1,614532	1,620042	1,630772	1,640373

Tabelle III.

Coëfficienten vom Faraday'schen Flintglase.

Nach	<i>Bn</i>	<i>Cn</i>	<i>Dn</i>	<i>En</i>	<i>Fn</i>	<i>Gn</i>	<i>Hn</i>
Plücker	1,7050	1,7077	1,7148	1,7242	1,7325	1,7498	1,7651
Dutirou	1,7049	1,7070	1,7144	1,7234	1,7320	1,7486	1,7637

1) Fraunhofer's Abhandlung: Bestimmung des Brechungs- und Farbenzerstreuungsvermögens verschiedener Glassorten usw. (Denkschriften der Königl. Academie der Wissenschaften zu München für die Jahre 1814 und 1815 B. V, Klasse der mathematischen u. Naturwissenschaften S. 225)

2) Müller-Pouillet's Lehrbuch der Physik, 6. Aufl. Bd. I, S. 922.

Bei Benutzung vorstehender Coëfficienten bin ich mir sehr wohl bewußt, daß nachstehende Berechnungen keinen Anspruch auf directen praktischen Werth haben können, es konnte mir hier aber auch nur darauf ankommen, bei Anwendung möglichst differentier Glasnummern theoretisch die Möglichkeit der Erreichung einer Uebereinstimmung darzuthun, weshalb mir auch die Coëfficienten von No. 3 und dem Faraday'schen Flintglase im Vergleich zu den übrigen drei Nummern von besonderem Interesse waren, mag nun auch von letzterem Glase vielleicht gar keine Anwendung zu Spectralapparaten gemacht werden.

Specieller ergab sich nun für das Weitere die Aufgabe, nachdem von den fünf aufgeführten Flintglasnummern eine beliebige, hier No. 13, zur Anfertigung von Prismen für den Spectralapparat mit bestimmtem brechenden Winkel, hier von 60° , gewählt war, für die übrigen vier brechende Winkel zu berechnen, vermöge welcher ein Maximum der Uebereinstimmung bei Minimalablenkung mit dem Prisma aus Flintglas No. 13 stattfinden muß. Der Kürze halber will ich im Folgenden ein Flintglasprisma von No. 13 mit dem brechenden Winkel von 60° mit dem Namen Normalprisma bezeichnen, und ebenso die sich mittelst desselben beim Minimum der Ablenkung für D ergebenden Lagen der Fraunhofer'schen Linien $B, C, D \dots H$ in Theilstriichen der Scale ausgedrückt, mit dem Namen Normalabstände.

1. Das Normalprisma.

Angenommen, die Aufstellung des Prismas abc (Fig. 11 Taf. I) aus Flintglas No. 13, dessen brechender Winkel $abc \equiv \psi$, nach obiger Voraussetzung gleich 60° sey, ist eine solche, daß der austretende Spectralstrahl D auf dem Minimum der Ablenkung steht, so berechnet sich darnach der Winkel ρ , welchen der zur Brechung gelangende elementare Sonnenstrahl fd' mit seinem Einfallslothe de zu machen hat, nach der bekannten Formel:

1) Neben dem Strahle fd gelangen unendlich viele, ihm durch die Wir-

$$(1) \sin \varphi = Dn \sin \frac{1}{2} \psi \text{ auf:} \\ \varphi = 54^\circ 50' 13'',6$$

Es finden sich dann leicht durch weitere Rechnung die Winkel, welche die übrigen auf *ab* austretenden Spectralstrahlen, *B, C, D, ... H*, mit ihren Ausfallslothen bilden. Werden diese Winkel bezüglich $\varphi' B, \varphi' C, \varphi' D \dots \varphi' H$ genannt, so ist nämlich:

$$(2) \begin{cases} \varphi' B = \arcsin \left\{ Bn \sin \left[\psi - \arcsin \left(\frac{\sin \varphi}{Bn} \right) \right] \right\} \\ \varphi' C = \arcsin \left\{ Cn \sin \left[\psi - \arcsin \left(\frac{\sin \varphi}{Cn} \right) \right] \right\} \dots \\ \varphi' H = \arcsin \left\{ Hn \sin \left[\psi - \arcsin \left(\frac{\sin \varphi}{Hn} \right) \right] \right\} \end{cases}$$

Hiernach ergeben sich im vorausgesetzten Falle für Flintglas No. 13 die Werthe:

$$\varphi' B = 54^\circ 7' 5'',4, \quad \varphi' C = 54^\circ 18' 27'', \quad \varphi' D = 54^\circ 50' 13'',6, \\ \varphi' E = 55^\circ 32' 16'',7, \quad \varphi' F = 56^\circ 10' 23'',9, \quad \varphi' G = 57^\circ 25' 36'',1, \\ \varphi' H = 58^\circ 35' 6'',4,$$

und betragen daher die Winkelabstände

$$BC = 11' 21'',6, \quad CD = 31' 46'',6, \quad DE = 42' 3'',1, \\ EF = 38' 7'',2, \quad FG = 1^\circ 15' 12'',2, \quad GH = 1^\circ 9' 30'',3.$$

Diese Winkelabstände lassen sich nun auf ganz einfache Weise mittelst der Tabelle I (S. 68) in Theilstrichabstände übersetzen. Liegt nämlich *D*, als coincidirend mit dem gelben Natronstreifen, auf 100, so ergeben sich für die andern Linien *B, C, ... H* die in der Tabelle IV (S. 72) aufgeführten Zahlen, als Normalabstände in Theilstrichen der Scale. Tabelle IV läßt die durch die Abweichungen der Focallängen veranlaßten Verschiedenheiten in der Lage der Spectrallinien hervortreten; sie repräsentirt in ihren Ho-

lung der Spaltenrohrlinse, in deren Brennpunkt sich der Spalt befindet, parallele Strahlen zur Brechung auf die Eintrittsfläche *bc*; es treten also an *ab* ebenso unendlich viele, dem Strahle *B, C, D, ... H* der Richtung nach parallel gebrochene Strahlen, aus, die im Brennpunkte des Objectivs des Beobachtungsfernrohrs das Bild der Linien *B, C, D, ... H*, in durch die Brechbarkeit bestimmten Abständen veranlassen.

horizontalcolonnen die Lage der Fraunhofer'schen Linien für 21 verschiedene Spectralapparate, deren Scalenrohrlin sen, wie in der Tabelle angegeben, bezüglich 100, 101, ... 120^{mm} Brennweite haben und deren Prismen in Bezug auf Glasnummer, brechenden Winkel und Aufstellung identisch sind. Diese Apparate zeigen also Nichtübereinstimmung, die entsprechenden Abstände müssen sich aber als proportional erweisen, da hier dieselbe GröÙe nur mit verschiedenen Maafsen gemessen wird.

Tabelle IV.

Fl. Gl. No. 13 $\psi = 60^\circ$, $\varphi = 54^\circ 50' 13''$, 6.

Focal- länge der Scalen- linse	Lage der Fraunhofer'schen Linien in Theilstrichen der Scale.						
	B	C	D	E	F	G	H
mm							
100	78,82	84,40	100	120,65	139,37	176,30	210,44
101	78,60	84,23	100	120,87	139,78	177,10	211,59
102	78,39	84,08	100	121,07	140,00	177,68	212,51
103	78,18	83,92	100	121,27	140,56	178,61	213,78
104	77,97	83,77	100	121,48	140,95	179,36	214,87
105	77,76	83,61	100	121,69	141,35	180,14	215,72
106	77,64	83,55	100	121,89	141,73	180,89	217,08
107	77,33	83,30	100	122,11	142,15	181,69	218,23
108	77,12	83,14	100	122,31	142,53	182,42	219,29
109	76,91	82,99	100	122,51	142,91	183,17	220,38
110	76,71	82,84	100	122,72	143,31	183,94	221,49
111	76,49	82,68	100	122,92	143,70	184,70	222,59
112	76,27	82,52	100	123,13	144,09	185,46	223,69
113	76,08	82,38	100	123,33	144,48	186,21	224,78
114	75,85	82,21	100	123,54	144,88	186,97	225,88
115	75,65	82,06	100	123,75	145,27	187,74	226,99
116	75,44	81,91	100	123,95	145,66	188,49	228,07
117	75,23	81,75	100	124,16	146,05	189,25	229,18
118	75,01	81,59	100	124,36	146,44	190,01	230,27
119	74,81	81,44	100	124,57	146,84	190,78	231,39
120	74,59	81,28	100	124,77	147,22	191,52	232,46

Man könnte also leicht aus je zwei, in zwei verschiedenen Apparaten dieser Art beobachteten Streifen, a , b und a' , b' so fern in dem einen der Streifen c seiner Lage nach bekannt ist, den ihm entsprechenden c' im andern Apparate bestimmen. Denn unter der Annahme: $c > b > a$ und $c' > b' > a'$, verhielt sich unter andern:

und wäre deshalb

$$c = a : b - a = c' - a' : b' - a'$$

Man wüßte also die Lage des Streifens c' in dem fraglichen Apparate, ohne ihn vorher beobachtet zu haben und könnte ihn leichter und bestimmter unterscheiden und wiedererkennen.

Folgende beliebig gewählte Beispiele veranschaulichen nun die Proportionalität der Tabelle IV.

1. Ist für den Apparat mit 100^{mm} Focallänge B_0, D_0, H_0 und für den mit 120^{mm} B_{10} und D_{10} gegeben, so bestimmt sich H_{10} durch:

$$D_0 - B_0 : H_0 - D_0 = D_{10} - B_{10} : H_{10} - D_{10}$$

es ist also:

$$21,18 : 110,44 = 25,41 : x; x = 132,49$$

2. Ebenso ergibt sich, wenn für 100^{mm} C_0, E_0, G_0 und für 105^{mm} C_5 und E_5 bekannt sind, G_5 nach:

$$E_0 - C_0 : G_0 - E_0 = E_5 - C_5 : G_5 - E_5, \text{ d. i. } 36,25 : 55,65 = 38,08 : x; x = 58,45,$$

also

$$G_5 = 58,45 + E_5 = 180,14,$$

was ganz mit der Zahl in der Tabelle übereinstimmt.

3. Für B_0, D_0, E_0 in dem Apparate mit 100^{mm} Focallänge und B_{15} und D_{15} in dem mit 115^{mm} folgt ferner zur Bestimmung von E_{15} :

$$D_0 - B_0 : E_0 - D_0 = D_{15} - B_{15} : E_{15} - D_{15}$$

demnach:

$$21,18 : 20,65 = 24,35 : x; x = 23,74,$$

deshalb:

$$E_{15} = 23,74 + D_{15} = 123,74,$$

welche Zahl bis auf eine Einheit der zweiten Decimale mit der in der Tabelle verzeichneten stimmt.

2. Prismen aus derselben Nummer, aber mit abweichendem brechenden Winkel.

Hinge jedoch die Uebereinstimmung unter den Spectralapparaten von Bedingungen, wie die genaue Gleichwinkeligkeit der Prismen und obenein noch Identität der Glas-sortennummer, ab, so würde es offenbar ganz vergeblich seyn, sich um eine solche zu bemühen. Es soll nun zunächst gezeigt werden, wie der Opticus hinsichtlich des brechenden Winkels, für jetzt noch bei identischer Nummer, sich dem des Normalprismas in bestimmter Weise nur mehr oder weniger zu nähern hat, ohne daß der gewünschten Uebereinstimmung etwa merklicher Abbruch geschähe.

Unbeschadet der zu erzielenden Uebereinstimmung kann natürlich diese fragliche Abweichung des brechenden Winkels ψ , nur eine solche seyn, daß derselbe kleiner ist als der für normal gelteude von 60° . Denn hätte ein Flintglasprisma No. 13 einen größern brechenden Winkel als 60° , so wären selbst für Minimalablenkung sämtliche Linienabstände größer, als bei dem Normalprisma. Ein Flintglasprisma No. 13 von 59° oder 58° zeigt nun in der Stellung für Minimalablenkung, zwar kleinere, und zwar unproportionale Abstände, als das normale von 60° [siehe unten S. 75 und 76 (a) und (b)], man kann jedoch diese kleineren Abstände stets durch angemessene Verrückung des Prismas aus der Minimalstellung (sofern sich die Abweichungen eben nur in mäßigen Gränzen halten) den normalen Abständen, wie sich unten an den Beispielen zeigen wird, bis fast zur genauen Uebereinstimmung annähern. Hierbei geht allerdings die Minimalstellung des Prismas für die Ablenkung verloren, allein diese kann bei dem gewöhnlichen Zwecke der Apparate nicht allzusehr in Betracht kommen.

Gesetzt, man hätte nun ein Flintglasprisma No. 13, aber mit einem brechenden Winkel von 59° . Würde sich das-

selbe noch für einen mit dem Normalapparat gut übereinstimmenden oder proportionalen empfehlen?

Die Berechnung ergibt unter Annahme, daß D auf dem Minimum der Ablenkung steht, nach (1) und (2) (S. 71):

$$\varphi = 53^{\circ} 37' 22'', 2 \text{ und}$$

$$\varphi' B = 52^{\circ} 56' 4'', 7, \varphi' C = 53^{\circ} 6' 57'', 9, \varphi' D = 53^{\circ} 37' 22'', 2, \\ \varphi' E = 54^{\circ} 17' 33'', 5, \varphi' F = 54^{\circ} 53' 54'', 5, \varphi' G = 56^{\circ} 5' 32'', 1, \\ \varphi' H = 57^{\circ} 11' 30'',$$

wonach

$$BC = 10^{\circ} 53'', 2, CD = 30^{\circ} 24'', 3, DE = 40^{\circ} 11'', 3,$$

$$EF = 36^{\circ} 21'', FG = 1^{\circ} 9' 37'', 6, GH = 1^{\circ} 5' 57'', 9,$$

oder in Theilstrichen für die mittlere Focallänge von 110^{mm} :

B	C	D	E	F	G	H	(a)
77,70	83,56	100	121,71	141,34	178,95	214,59	

was verglichen mit den Normalabständen in Tabelle IV (S. 72), Focallänge = 110^{mm} , schon erhebliche Abweichungen erkennen läßt. In der Minimalstellung ist also ein Flintglasprisma No. 13 von $\psi = 59^{\circ}$ nicht für die Uebereinstimmung günstig. Es ist aber ein Leichtes, dieses Prisma experimentell auf seinem Tischchen so lange um seine Axe zu drehen, bis Uebereinstimmung eintritt. Dieselbe tritt in der That ein, wenn

$$\varphi = 51^{\circ} 39' 50''$$

gemacht wird ¹⁾.

Für $\psi = 59^{\circ}$ und $\varphi = 51^{\circ} 39' 50''$ ergibt sich nämlich nach (2) (S. 71);

$$\varphi' B = 54^{\circ} 56' 35'', 2, \varphi' C = 55^{\circ} 7' 55'', 2, \varphi' D = 55^{\circ} 39' 36'', 4, \\ \varphi' E = 56^{\circ} 21' 33'', 5, \varphi' F = 56^{\circ} 59' 36'', 5, \varphi' G = 58^{\circ} 14' 46'', 6, \\ \varphi' H = 59^{\circ} 24' 18'', 3,$$

- 1) Dieser Winkel läßt sich ohne viel Umstände nur versuchsweise durch Rechnung bestimmen. Es ist daher möglich, daß in der Nähe desselben ein Werth für φ gelegen ist, der die Uebereinstimmung noch schärfer anzeigt. Jedenfalls kann man sehr leicht experimentell das Prisma in die Lage bringen, in der die Uebereinstimmung am vollkommensten zu Tage tritt.

daher:

$$BC = 11' 20'', CD = 31' 41'', DE = 41' 57'',$$

$$EF = 38' 3'', FG = 1^\circ 15' 10'', GH = 1^\circ 9' 31'',$$

was nach Art der Tabelle IV (S. 72), aber nur für die Focallängen von 100, 110 und 120^{mm} sich folgendermaßen darstellt.

Tabelle V.

Fl. Gl. No. 13, $\psi = 59$, $\varphi = 51^\circ 39' 50''$

Focal- länge der Scalen- linse	Lage der Fraunhofer'schen Linien in Theilstrichen der Scale.						
	B	C	D	E	F	G	H
mm							
100	78,88	84,44	100	120,60	139,29	176,21	210,36
110	76,76	82,88	100	122,66	143,21	183,82	221,38
120	74,67	81,34	100	124,71	146,93	191,15	232,11

Diese Tabelle V stimmt mit den entsprechenden Horizontalcolonnen in Tabelle IV (S. 72) bis auf geringe Bruchtheile eines Theilstrichs.

Für ein Flintglasprisma No. 13, dessen Winkel nur 58° misst, folgt, wenn die Bedingung der Minimalablenkung erfüllt ist, nach mehr erwähnten Formeln (1) und (2) (S. 71)

$$\varphi = 52^\circ 26' 12'', 4 \text{ und}$$

$$\varphi' B = 51^\circ 46' 38'', \quad \varphi' C = 51^\circ 57' 6'', \quad \varphi' D = 52^\circ 26' 12'', 4,$$

$$\varphi' E = 53^\circ 4' 40'', 4, \quad \varphi' F = 53^\circ 39' 26'', 5, \quad \varphi' G = 54^\circ 47' 46'', 3,$$

$$\varphi' H = 55^\circ 50' 33'',$$

daraus ergeben sich die Winkelabstände:

$$BC = 10' 28'', \quad CD = 29' 6'', 4, \quad DE = 38' 28'',$$

$$EF = 34' 46'', 1, \quad FG = 1^\circ 8' 19'', 8, \quad GH = 1^\circ 2' 46'', 7,$$

und hieraus in Theilstrichen für die Focallänge von 110^{mm} die Lagen:

B	C	D	E	F	G	H
78,65	84,28	100	120,78	139,56	176,47	210,38

Es ist also, nach der Vergleichung mit der betreffenden Horizontalcolonne in der Tab. IV. (S. 72), in solcher Stellung

dieses Prisma für übereinstimmende Apparate nicht anwendbar. Auf gleiche Weise aber, wie das vorhergehende, aus dem Minimum der Ablenkung gedreht, bis $\varphi = 48^\circ 38'$ wird, von welchem Winkelwerth das in der Anmerkung auf S. 75 Gesagte ebenfalls gilt, ergeben sich:

$$\begin{aligned} \varphi^B &= 55^\circ 48' 54'', 2, & \varphi^C &= 56^\circ 0' 13'', 3, & \varphi^D &= 56^\circ 31' 54'', \\ \varphi^E &= 57^\circ 13' 50'', & \varphi^F &= 57^\circ 51' 54'', & \varphi^G &= 59^\circ 7' 10'', 5, \\ \varphi^H &= 60^\circ 16' 56'' \text{ und} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BC &= 11' 19'', 1, & CD &= 31' 39'', 7, & DE &= 41' 57'', \\ EF &= 38' 4'', & FG &= 1^\circ 15' 16'', 5, & GH &= 1^\circ 9' 45'', 5, \end{aligned}$$

oder, in ähnlicher Weise tabellarisch geordnet, für die verschiedenen Focallängen von 100, 110 und 120^{mm} in Theilstrichen der Scale die Lagen, wie sie in beistehender Tabelle VI aufgeführt werden.

Tabelle VI.

Fl. Gl. No. 13; $\psi = 58^\circ$, $\varphi = 48^\circ 38'$

Focallänge der Scalens- linse	Lage der Fraunhofer'schen Linien in Theilstrichen der Scale.						
	B	C	D	E	F	G	H
mm							
100	78,89	84,45	100	120,60	139,29	176,26	210,52
110	76,79	82,90	100	122,66	143,22	183,89	221,58
120	74,69	81,35	100	124,71	147,13	191,48	232,57

Auch in dieser Tabelle spricht sich also eine ganz gute Uebereinstimmung mit dem entsprechenden in der Tab. IV (S. 72) aus.

Dafs die hier empfohlene Verrückung aus dem Minimum der Ablenkung durchaus nicht bedenklich sey, ergab sich mir aus folgender Erfahrung. Die beiden Spectralapparate im Laboratorium des Hrn. Prof. Erdmann sind bei der festen Aufstellung der Prismen weder übereinstimmend, noch proportional. Sie geben aber beide sehr schöne scharfe und intensive Spectralstreifen. Liegt der Natronstreifen auf 100, so liegen beispielsweise die beiden Kalistreifen, in dem einen auf 71 und 190, in dem andern auf 65 und 213. Der Apparat mit den kleineren Abständen soll

nach Steinheil im Minimum der Ablenkung für D stehen. Ich versuchte nun, ob durch allmähliches Verrücken des Prismas am zweiten Apparate, (da es sich an diesem seiner Einrichtung wegen allein bewerkstelligen liefs) eine Verkleinerung der Abstände herbeigeführt werden könnte, und in der That, es trat nicht nur eine solche ein, sondern es gab auch eine Stellung für dieses Prisma, wo nach vorliegenden Daten in Bezug auf die beiden Kaliliniën, die blauen Strontian-, Baryt- und Kalkliniën, die blauen Rubidiumliniën, die grüne Thalliumlinie, die rothe Lithionlinie usw., also sicher auch für etwa zwischen je zwei der beobachteten fallende Streifen, beide Apparate übereinstimmend waren. Ebenso gab es eine Stellung für dieses Prisma, und zwar betrug hierbei der Winkel der Verrückung viel weniger, in der dieser zweite Apparat die eben angeführten Streifen fast vollkommen genau in der Lage zeigte, wie sie nach Bunsen's Angaben und Zeichnungen sich an seinem Apparate herausstellen, wenn $N\alpha\alpha$ auf 100 gerückt wird. Es steht also das Prisma des zweiten Apparates nicht im Minimum der Ablenkung, und geht hieraus also klar hervor, dafs diefs nicht unbedingt nothwendig ist. Auf ähnliche Weise gelang es mir, ohne weiter Rücksicht auf die Minimalablenkung zu nehmen, für Hugershoff in Leipzig die Prismen von sechs Apparaten, bevor sie festgestellt wurden, durch allmähliches Drehen mit der Hand in eine Lage zu bringen, in der sie fast vollkommen mit dem einen von Steinheil gefertigten Apparate Prof. Erdmann's übereinstimmende Streifenlagen zeigten.

Es empfiehlt sich hiernach übrigens nicht die absolute Feststellung der Prismen an den bisherigen Apparaten, sondern zur genaueren Einstellung des Punktes, wo bei den sicherlich immer vorkommenden Schwankungen, z. B. des brechenden Winkels, die grösste Uebereinstimmung herrscht, eine beschränkte, aber allerdings durch sichere Feststellung zu unterbrechende Drehbarkeit des Prismas um seine Axe.

Die so einfache, durch Drehen des Prismas um seine Axe zu bewirkende Veränderung des Einfallswinkels φ (Fig. 11

Taf. I), welche, wie durch Vergleichung der Tab. IV, V und VI hervorgeht ¹⁾, in Bezug auf übereinstimmende Winkel- und Theilstrichdistanzen der Spectralstrahlen vollkommen zum Ziele führt, kann und darf aber nur eine begrenzte seyn. Denn einmal sollen ja die brechenden Winkel sich so sehr wie möglich dem von 60° nähern, also eine allzu große Verrückung wird nicht nothwendig werden. Fürs Andere aber ist klar, daß mit den augenscheinlich immer größer werdenden Ausfallswinkeln $\varphi'B$, $\varphi'C \dots \varphi'H$ (vgl. S. 75 und 76 unmittelbar vor den Tab. V und VI) auch die an der Ausfallsfläche ab (Fig. 11 Taf. I) im Innern des Prismas zur zweiten Brechung auffallenden Strahlen nach dem Verhältnisse der Brechungscoëfficienten mit ihren Ausfallslothen immer größere Winkel bilden müssen, und somit bei der zweiten Brechung durch zunehmende innere Reflexion die Intensität der austretenden Spectralstrahlen vermindert wird, und endlich sogar totale innere Reflexion eintreten kann. Es müssen sich daher die Differenzen in Bezug auf den brechenden Winkel bei bestimmter Glasnummer, wie Flintglas No. 13, in bestimmten, nicht zu weiten Gränzen halten, und es ist gewiß eine mäßige

- 1) Bemerkt zu werden verdient wohl noch, daß die Tabellen (a) (S. 75) und (b) (S. 76) allerdings nicht übereinstimmen mit der, wegen der angenommenen gleichen Focallänge von 110^{mm} , ihnen entsprechenden Horizontalcolonne in Tabelle IV (S. 72), wohl aber sich zwei anderen in derselben vorkommenden bedeutend annähern. Es ist dies für (a) die Colonne, an deren Spitze, (a. a. O.) 104 und für (b) die, an deren Spitze 100^{mm} steht. Es ließe sich also wohl denken, eine Uebereinstimmung auch auf die Art zu ermöglichen, daß man bei abweichendem brechenden Winkel, (für jetzt noch bei identischer Glasnummer), wenn durchaus, wie in (a) und (b), Minimalablenkung seyn soll, die Focallänge der Linsencombination des Scalenrohres in entsprechender Weise zur Uebereinstimmung dem brechenden Winkel angemessen wählte. Allein die Forderung, Linsencombinationen mit bestimmter Focallänge zu liefern, wofern nicht Differenzen von $0,5^{\text{mm}}$ und noch weniger die Uebereinstimmung unmöglich machen sollen, stößt jedenfalls auf viel größere Schwierigkeiten, als der Wunsch, Prismen mit nur in obiger Weise annähernden Winkeln zu haben, um auf vorstehende Art übereinstimmende und proportionale Apparate zu erhalten.

Forderung an den Opticus, Prismen zu wählen, deren brechende Winkel z. B. zwischen 58° und 60° schwanken können. Dafs der Intensitätsunterschied für nicht zu bedeutende Verrückung nicht merklich vergrößert wird, geht aus obiger Mittheilung über die Apparate des Hrn. Prof. Erdmann hervor.

3. Prismen, welche aus Flintglasnummern bestehen, die hinsichtlich der Brechungscoefficienten von der Nummer, welche zu dem Normalprisma verwandt wurde, verschieden sind.

Flintglasnummern, wie No. 23, No. 30 und No. 3, oder gar Faraday'sches Flintglas (vergl. Tab. II und III S. 69) würden, wollte man aus ihnen Prismen mit annähernd gleichen brechenden Winkeln von 60° machen, wie sich von vornherein, nach der Abhängigkeit der Dispersion der einzelnen Spectralstrahlen von den Brechungscoefficienten, schliessen läfst, mit aus Flintglas No. 13 bestehenden, sofern Minimalablenkung stattfinden soll, weder übereinstimmende, noch proportionale Apparate liefern. Es liegt aber der Gedanke nahe, dafs — wenn man sich den brechenden Winkel ψ eines solchen Prismas von verschiedener Glasnummer als independent Variable vorstellt, nach der sich für das Minimum der Ablenkung eines Strahles, wie bisher des Strahles D , der Einfallswinkel φ , als dependent Variable, zu richten hat, oder umgekehrt — für jede von der Normalnummer, hier No. 13, verschiedene, No. 23, No. 30, No. 3, oder selbst Faraday'sches Flintglas usw., ein brechender Winkel ψ vorhanden seyn mufs, für welchen sich die grösstmögliche Uebereinstimmung in der Dispersion der Strahlen mit der des Normalprismas ergibt. Es kommt also jetzt darauf an, für jede von der Normalnummer verschiedene Flintglasnummer, mit Hülfe der für dieselbe bekannten Coefficienten, diesen Winkel ψ , welcher die grösste Uebereinstimmung veranlafst, zu ermitteln.

Zur Bestimmung dieses Winkels scheint es erforderlich, etwas näher auf die Art und Weise der Berechnung der

Brechungscoefficienten $B_n, C_n \dots H_n$ (s. Tab. II und III S. 69), wie sie Fraunhofer ausführte, einzugehen.

Fraunhofer sagt (a. a. O. S. 208):

»Ist der Winkel des einfallenden Strahles dem des gebrochenen Winkels gleich, und wird der Winkel, den in diesem Falle der einfallende Strahl mit dem gebrochenen macht, μ genannt, so ist:

$$(3) \quad n = \frac{\sin \frac{1}{2}(\mu + \psi)}{\sin \frac{1}{2}\psi}$$

»Da der Winkel des einfallenden Strahles nur einem der gebrochenen Strahlen, z. B. D , gleich seyn kann, für die übrigen aber bei unverrücktem Prisma es nicht ist, so wäre dieser letztere Ausdruck von n bei stark zerstreuten Mitteln für einen anderen Strahl, z. B. H , nicht ganz genau. Um diesen kurzen Ausdruck bei Berechnung der Exponenten doch mit größter Genauigkeit anwenden zu können, so wurden die Bögen BC, CD, DE usw. in dem Falle gemessen, wenn die Entfernung der zwei Linien von einander am kleinsten war. Diese Entfernungen haben im Farbenbilde zwei Linien alsdann, wenn ein in der Mitte zwischen ihnen liegender Strahl mit dem einfallenden Strahle den kleinsten Winkel macht. Wurde z. B. der Bogen GH gemessen, so war das Prisma so gestellt, daß ein ungefähr in der Mitte zwischen GH liegender Strahl mit dem Prisma denselben Winkel machte, den der einfallende Strahl mit dem Prisma machte. Diese Stellung hat das Prisma dann, wenn der Winkel der Brechung dieses mittleren Strahles am kleinsten ist, was am Fernrohre sehr genau beobachtet werden kann, und durch Verdrehen der Scheibe, worauf das Prisma liegt, schnell dahin zu bringen ist« usw.

»Wird der Exponent des Brechungsverhältnisses für den Strahl E, E , genannt, so ist

$$En = \frac{\sin \frac{1}{2}(\mu + \psi + DE)}{\sin \frac{1}{2}\psi}$$

$$\text{und für } FFn = \frac{\sin \frac{1}{2}(\mu + \psi + DE + EF)}{\sin \frac{1}{2}\psi}$$

was so gut als ganz genau ist.

- (4) Zu der für diesen Zweck nothwendigen Vervollständigung füge ich noch die, sich in jener Abhandlung nicht vorfindenden Formeln bei, mittelst deren Fraunhofer die andern Coëfficienten berechnete. Es sind dies folgende:

$$Bn = \frac{\sin \frac{1}{2}(\mu + \psi + CD - BC)}{\sin \frac{1}{2}\psi}$$

$$Cn = \frac{\sin \frac{1}{2}(\mu + \psi - CD)}{\sin \frac{1}{2}\psi}$$

$$Gn = \frac{\sin \frac{1}{2}(\mu + \psi + DE + EF + FG)}{\sin \frac{1}{2}\psi}$$

$$Hn = \frac{\sin \frac{1}{2}(\mu + \psi + DE + EF + FG + GH)}{\sin \frac{1}{2}\psi}$$

Außerdem ist noch nothwendig, zu erinnern an die bekannte Beziehung:

$$(5) \quad \mu = 2\rho - \psi$$

und die unter (1) (S. 71) aufgeführte $D = \frac{\sin \rho}{\sin \frac{1}{2}\psi}$, die sich auch aus (3) (S. 81) ergibt.

Auf leichte Weise findet sich nun unter andern durch Combination von je zweien der sechs unter (4) aufgestellten Formeln, indem man für μ den sich dafür aus (5) ergebenden Werth setzt:

- (6)
$$\left. \begin{aligned} (a) \quad \rho &= \arctg \left\{ \frac{En \sin \frac{1}{2}CD + Cn \sin \frac{1}{2}DE}{En \cos \frac{1}{2}CD - Cn \cos \frac{1}{2}DE} \right\} \\ (b) \quad \rho &= \arctg \left\{ \frac{Dn \sin \frac{1}{2}(DE + EF)}{En - Dn \cos \frac{1}{2}(DE + EF)} \right\} \\ (c) \quad \rho &= \arctg \left\{ \frac{Gn \sin \frac{1}{2}(CD + BC) + Bn \sin \frac{1}{2}(DE + EF + FG)}{Gn \cos \frac{1}{2}(CD + BC) - Bn \cos \frac{1}{2}(DE + EF + FG)} \right\} \\ (d) \quad \rho &= \arctg \left\{ \frac{Hn \sin \frac{1}{2}(CD + BC) + Bn \sin \frac{1}{2}(DE + EF + FG + GH)}{Hn \cos \frac{1}{2}(CD + BC) - Bn \cos \frac{1}{2}(DE + EF + FG + GH)} \right\} \\ (e) \quad \rho &= \arctg \left\{ \frac{Dn \sin \frac{1}{2}DE}{En - Dn \cos \frac{1}{2}DE} \right\} \\ (f) \quad \rho &= \arctg \left\{ \frac{En \sin \frac{1}{2}(DE + EF) - Fn \sin \frac{1}{2}DE}{Fn \cos \frac{1}{2}DE - En \cos \frac{1}{2}(DE + EF)} \right\} \end{aligned} \right\}$$

Anders gestaltet sich die Sache, wenn die Werthe unter (8) behufs der Bestimmung des Winkels ψ für andere Glasnummern mit den diesen entsprechenden Coëfficienten combinirt, in (6) eingesetzt werden. Es ergeben sich nämlich dann eben wegen der eigenthümlichen Verschiedenheit der Coëfficienten zwar schwankendere Werthe für ϱ :

für Flintglas No. 23.

$$(10) \left\{ \begin{array}{l} \text{nach (a)} \varrho = 55^{\circ} 29' 50'',9 \\ \text{" (b)} \varrho = 55^{\circ} 25' 0'',9 \\ \text{" (c)} \varrho = 55^{\circ} 3' 1'',3 \\ \text{" (d)} \varrho = 54^{\circ} 57' 13'',5 \\ \text{" (e)} \varrho = 55^{\circ} 25' 7'',5 \\ \text{" (f)} \varrho = 54^{\circ} 43' 12'',8 \end{array} \right.$$

für Flintglas No. 30

$$(11) \left\{ \begin{array}{l} \text{nach (a)} \varrho = 55^{\circ} 47' 3'',9 \\ \text{" (b)} \varrho = 55^{\circ} 47' 24'',8 \\ \text{" (c)} \varrho = 55^{\circ} 20' 40'',5 \\ \text{" (d)} \varrho = 55^{\circ} 15' 58'',5 \\ \text{" (e)} \varrho = 55^{\circ} 37' 20'',3 \\ \text{" (f)} \varrho = 55^{\circ} 19' 17'',2 \end{array} \right.$$

für Flintglas No. 3.

$$(12) \left\{ \begin{array}{l} \text{nach (a)} \varrho = 58^{\circ} 5' 41'',3 \\ \text{" (b)} \varrho = 58^{\circ} 16' 1'',4 \\ \text{" (c)} \varrho = 57^{\circ} 39' 39'',1 \\ \text{" (d)} \varrho = 57^{\circ} 31' 0'',8 \\ \text{" (e)} \varrho = 58^{\circ} 13' 19'',4 \\ \text{" (f)} \varrho = 57^{\circ} 39' 13'',6 \end{array} \right.$$

für Faraday'sches Flintglas.

$$(13) \left\{ \begin{array}{l} \text{nach Plücker nach (d)} \varrho = 47^{\circ} 8' 47'',4 \\ \text{" Dutirou " (d)} \varrho = 47^{\circ} 15' 24'',3 \end{array} \right.$$

allein es kommt stets ein bestimmter dieser je sechs Werthe von ϱ , nach welchem sich dann der entsprechende von ψ vermöge (1) (S. 71) ergibt, dem gesuchten Winkel, welcher die größtmögliche Uebereinstimmung bei verschiedener Glasnummer bedingt, so nahe, daß sich die zugehörige

Formel, nämlich: *die mit (d) unter (6) bezeichnete*, zur Bestimmung der Werthe ϱ und ψ , für welche dann Maximum der Uebereinstimmung bei Minimalablenkung stattfindet, besonders empfiehlt.

Die sich aus (d) (10), (d) (11), (d) (12) und (d) (13) mittelst (1) (S. 71) ergebenden Werthe von ψ sind nun die folgenden:

für No. 23, entsprechend $\varrho = 54^\circ 57' 13'',5$, $\psi = 60^\circ 9' 1''$,

" No. 30, " $\varrho = 55^\circ 15' 58'',5$, $\psi = 60^\circ 31' 46''$,

" No. 3, " $\varrho = 57^\circ 31' 0'',8$, $\psi = 63^\circ 15' 37'',2$,

(14) für Faraday'sches Flintglas

nach Plücker, entsprech. $\varrho = 47^\circ 8' 47'',4$, $\psi = 50^\circ 37' 9'',6$,

" Dutirou, " $\varrho = 47^\circ 45' 24'',3$, $\psi = 51^\circ 9' 54'',4$,

Der so bestimmte Winkel ψ ist entweder selbst, oder ein nur wenig von ihm verschiedener (vgl. das über Tabelle IX (S. 89) Gesagte am Schlusse desselben), der versuchsweise schärfer bestimmt werden kann, die Gränze des Prismenwinkels, die, wenn es sich um Uebereinstimmung handelt, vom Opticus, bei dem natürlich die Kenntniß der Coëfficienten seiner Nummer vorausgesetzt wird, nicht zu überschreiten ist. Es genügt aber schon, daß man sich dieser Gränze in der Weise annähert, daß der fragliche Prismenwinkel wohl etwas kleiner, aber nie größer ist, wie dies oben (S. 74 bis 80) ausführlicher besprochen wurde.

Zur Veranschaulichung der durch die Kenntniß der Gränzwinkel unter den Spectralapparaten zu erlangenden Uebereinstimmung wurden für die (14) angegebenen Werthe von ψ die Abstände der Fraunhofer'schen Linien bei Minimalablenkung für D, aber nur für die mittlere Focallänge des Scalenrohres von 110^{mm}, berechnet, und diese Resultate in den nachstehenden Tabellen VII bis XI nach Art der Tab. IV (S. 72) zusammengestellt.

Tabelle VII. Fl. Gl. No. 23.

No.	Glasnummer	Brechender Winkel ψ	Einfalls-Winkel φ
1	No. 13	60°	54° 50' 13",6
2	No. 23	60	54 46 8,5
3	No. 23	60 9' 1"	54 57 13,5
4	No. 23	60 13 43,4	55 3 1,3
5	No. 23	60 15	55 4 35,7
6	No. 23	60 23 24,8	55 15
7	No. 23	60 31 29,2	55 25 0,9

Die erste Horizontalcolonne der vorstehenden Tab. VII giebt zur Vergleichung die Theilstrichzahlen, auf denen die betreffenden Linien für das Normalprisma No. 13, $\psi = 60^\circ$ (vgl. Tab. IV S. 72) liegen. Die zweite Colonne enthält diejenigen Theilstrichzahlen, welche resultiren würden, wenn man von dieser differenten No. 23 ohne Weiteres ein Prisma von 60° brechenden Winkel anwenden wollte. Es fällt in die Augen, wie bei dieser No. 23, deren Coëfficienten von denen der No. 13 (vgl. Tab. II S. 69) nur in der dritten Decimale abweichen, für diesen Fall die vorhandenen Unterschiede in der Lage der Linien gar nicht zu bedeutend sind. Dann folgt in der dritten Colonne die Lage der Linien, welche sich vermöge eines Prismas ergeben würde, dessen brechender Winkel ψ dem aus (d) (6) und (1) für No. 23 berechneten Gränzwinkel entspricht (vgl. (14) S. 85).

Tabelle VIII. Fl. Gl. No. 30.

No.	Glasnummer	Brechender Winkel ψ	Einfalls-Winkel φ
1	No. 13	60°	54° 50' 13",6
2	No. 30	60	54 36 58,6
3	No. 30	60 31' 46"	55 15 58,5
4	No. 30	60 35	55 19 58,2
5	No. 30	60 27	55 10 5,2

Focallänge = 110^{mm}.

Lage der Fraunhofer'schen Linien in Theilstrichen der Scale.

B	C	D	E	F	G	H
76,71	82,84	100	122,72	143,31	183,94	221,49
77,42	83,37	100	122,15	142,78	183,52	222,02
77,26	83,25	100	122,30	143,10	184,24	221,98
77,18	83,19	100	122,17	143,02	184,25	222,40
77,16	83,17	100	122,41	143,28	184,56	222,75
76,62	83,11	100	122,01	143,04	184,61	223,80
75,88	82,97	100	122,70	143,62	185,72	224,58

Die Lagen stimmen bis auf geringe Bruchtheile eines Theilstrichs mit den normalen der ersten Colonne überein. Ausserdem finden sich in der vierten und in der letzten Colonne die Lagen für Prismenwinkel, welche sich nach den Werthen für φ unter (10) (b) und (c) (S. 84) mittelst (1) ergeben. In beiden Columnen herrscht weniger Uebereinstimmung mit der normalen, als in der dritten, und erhellt daraus, dass die Benutzung dieser Formeln zur Bestimmung von ψ weniger günstig seyn würde. Die beiden übrigen Columnen endlich, die fünfte und sechste, geben die Lagen für Prismen an, welche mit ihrem brechenden Winkel den Gränzwinkel übersteigen. Die annähernde Uebereinstimmung erstreckt sich für sie nur noch über einen Theil des Spectrums, denn für G und H werden die Abweichungen schon merklicher.

Focallänge = 110^{mm}.

Lage der Fraunhofer'schen Linien in Theilstrichen der Scale.

B	C	D	E	F	G	H
76,71	82,84	100	122,72	143,31	183,94	221,49
77,68	83,71	100	121,88	141,93	181,99	218,86
77,14	83,30	100	122,42	142,97	184,11	222,04
77,09	83,28	100	122,50	143,10	184,35	222,39
77,23	83,38	100	120,99	142,83	183,80	221,56

In dieser Tab. VIII enthält die erste Colonne ebenfalls zur besseren Vergleichung die Normalabstände. Die zweite Colonne repräsentirt die Lagen der Fraunhofer'schen Linien für den Fall, daß man ohne weiteres, wie für Flintglas No. 13, so für No. 30, einen brechenden Winkel von 60° wählte. Die Abweichungen von den Normalabständen sind auch hier nicht zu bedeutend, was wiederum seinen Grund in der nicht zu großen Verschiedenheit der Brechungscoefficienten beider Nummern hat, doch sind die Abstände in der zweiten Colonne sämtlich kleiner, als in der ersten. Die dritte Colonne giebt die Lagen für den in (14) (S. 85) aufgeführten Gränzwinkel, und findet sich auch

Tabelle IX. Fl. Gl. No. 3.

No.	Glasnummer	Brechender Winkel ψ	Einfalls-Winkel φ
1	No. 13	60°	$54^\circ 50' 13''{,}6$
2	No. 3	60	$53^\circ 32' 15''{,}3$
3	No. 3	$63^\circ 15' 37''{,}2$	$57^\circ 31' 0''{,}8$
4	No. 3	$63^\circ 22' 23''$	$57^\circ 39' 39''{,}1$
5	No. 3	$63^\circ 10'$	$57^\circ 23' 51''{,}3$

Die Anordnung der Tab. IX ist dieselbe, wie die der Tab. VIII. Die erste Colonne enthält die Normalabstände und die zweite die Lagen der Linien für ein Prisma No. 3 mit 60° brechendem Winkel. Man sieht, hier werden die Differenzen bereits bedeutender, die Abstände der zweiten Colonne sind aber sämtlich kleiner als die der ersten. Auch hier würde man also durch angemessene Verrückung aus dem Minimum der Ablenkung dem Prisma aus Flintglas No. 3 eine Stellung geben können, in der Uebereinstimmung mit den Normalabständen herrschen würde (vgl. unten Tab. XV S. 94 u. 95). Die dritte Colonne enthält die La-

für ihn eine befriedigende Uebereinstimmung. Die vierte und fünfte Colonne giebt die Lagen für Prismen, deren brechende Winkel Nachbarwerthe vom Gränzwinkel haben. Für den größeren in der vierten Colonne übersteigen die Abstände der Linien theilweise schon die normalen Lagen; für den kleineren dagegen sind sämmtliche Abstände kleiner als dieselben. Es würde daher ein Leichtes seyn, die Prismen für die zweite und fünfte Colonne durch Verrückung aus der Stellung für Minimalablenkung in eine solche Lage zu bringen, daß Uebereinstimmung mit den Normalagen der ersten Colonne stattfinden müßte.

Focallänge = 110^{mm}.

Lage der Fraunhofer'schen Linien in Theilstrichen der Scale.

B	C	D	E	F	G	H
76,71	82,84	100	122,72	143,31	183,94	221,49
80,12	85,40	100	118,99	136,53	171,33	203,58
76,72	83,09	100	122,09	142,60	183,59	221,95
77,09	83,45	100	122,21	142,84	184,07	222,67
76,83	83,08	100	121,99	143,59	183,17	221,32

gen für ein Prisma, dessen Winkel gleich dem unter (14) (S. 85) aufgeführten Gränzwinkel gemacht ist. Die Uebereinstimmung ist auch hier eine ganz befriedigende. In der vierten und fünften Colonne finden sich endlich noch die Abstände, welche sich für Prismenwinkel ergeben, die dem berechneten Gränzwinkel benachbart sind. Der vierte folgt aus (12) (c). Der fünfte ist beliebig gewählt. Letzterer giebt eine fast ebenso gute Uebereinstimmung, als der eigentliche Gränzwinkel, und liegt deshalb für Flintglas No. 3 der Gränzwinkel zwischen $63^{\circ} 15' 37'',2$ und $63^{\circ} 10'$.

**Tabelle X. Faraday'sches Flintglas mit Benutzung der
Tabelle III. S. 69).**

No.	Glasnummer	Brechender Winkel ψ	Einfalls-Winkel φ
1	No. 13	60°	54° 50' 13",6
2	Farad. Fl. Gl.	60°	59 1 33,2
3	Farad. Fl. Gl.	50 37' 9",6	47 8 47,4

Auch in der Tab. X enthält die Colonne No. 1 die Normalabstände. No. 2 giebt die Lagen der Linien, wenn man ein Faraday'sches Flintglasprisma mit dem brechenden Winkel von 60° anwenden wollte. Sämmtliche Linien erscheinen in sehr abweichender Lage, die Linie *H* liegt sogar über das Ende 250 der Scala hinaus. Für den berechneten Gränzwinkel (vgl. (14) S. 85) stellen sich die Ab-

**Tabelle XI. Faraday'sches Flintglas mit Benutzung der
Tabelle III S. 69).**

No.	Glasnummer	Brechender Winkel ψ	Einfalls-Winkel φ
1	No. 13	60°	54° 50' 13",6
2	Farad. Fl. Gl.	60	59 0 13,1
3	Farad. Fl. Gl.	51 9' 54",4	47 45 24,3

Von der Tab. XI gilt das über die zehnte Gesagte in allen Punkten. Auch hier erweist sich der berechnete brechende Winkel als etwas zu hoch, und kann vielleicht ebenso auf 50° angenommen werden. Fürs Minimum der Ablenkung werden dann allerdings sämmtliche Abstände sich als kleinere, als die Normallagen erheischen, herausstellen, diese sind aber dann jedenfalls durch Verdrehen aus dem Minimum der Ablenkung sehr nahe zu erreichen.

Das Berechnen des Winkels ψ hat hiernach im Allgemeinen nur den Sinn, den Opticus für jede einzelne Flint-

für dasselbe von Plücker bestimmten Coëfficienten. (Vergl. Focallänge = 110^{mm}.)

Lage der Fraunhofer'schen Linien in Theilstrichen der Scale.

B	C	D	E	F	G	H
76,71	82,84	100	122,72	143,31	183,94	221,49
65,15	74,65	100	134,42	165,71	233,60	298,20
77,26	83,52	100	122,08	141,79	183,63	221,47

weichungen erträglicher heraus. Besonders übereinstimmend erscheint G und H. Man könnte also mit Vortheil hier den wahren Gränzwinkel etwas kleiner als den berechneten annehmen, und die Prismen danach etwa mit einem Winkel von annähernd 50° versehen, und das Maximum der Uebereinstimmung durch geringes Verrücken aus dem Minimum der Ablenkung erreichen.

für dasselbe von Dutirou bestimmten Coëfficienten. Vergl. Focallänge = 110^{mm}.

Lage der Fraunhofer'schen Linien in Theilstrichen der Scale.

B	C	D	E	F	G	H
76,71	82,84	100	122,72	143,31	183,94	221,49
66,23	73,61	100	132,92	165,29	230,70	294,22
77,27	82,22	100	121,39	142,27	183,40	221,62

glasnummer nahe in die Gegend des Gränzwinkels zu verweisen. Man sieht aus den vorstehenden Tabellen, daß die den Gränzwinkel übersteigenden brechenden Winkel selbst für die Minimalablenkung größere Abstände ergeben. Die daselbst aufgeführten kleineren Winkel von ψ ergeben zwar geringere Abstände; zur Annäherung derselben an die normalen existirt aber noch das Mittel, welches oben (S. 74 bis 80) weiter behandelt wurde: das Verrücken aus dem Minimum der Ablenkung. Es fertigt daher der Opticus nur Prismen mit sich dem berechneten annähernden

Winkeln, und bewerkstelligt schliesslich auf ganz experimentellem Wege durch allmähliches Aendern der Stellung des Prismas am betreffenden Spectralapparate die schärfste Uebereinstimmung.

4. Prismen aus differenter Glasnummer mit brechenden Winkeln, die sich dem berechneten Gränzwinkel annähern.

Um nun zu zeigen, wie es schon genügt, auch für von

Tabelle XII.

No.	Glasnummer	Brechender Winkel ψ	Einfalls- Winkel φ
1	No. 13	60°	54° 50' 13",6
2	No. 3	63	57 11 10",2
3	No. 3	63	56 30
4	No. 3	63	56 37
5	No. 3	63	56 45

Die erste Colonne dieser Tab. XII enthält die hier als solche geltenden Normalabstände für Flintglasprismen No. 13 mit einem brechenden Winkel von 60° in der Minimalablenkung für *D*. Die zweite Colonne giebt die Lagen für ein Prisma aus No. 3 mit einem brechenden Winkel von 60°, der also nur etwas kleiner ist, als der in (14) (S. 85) aufgeführte Gränzwinkel dieser Nummer. Das Prisma hat

Tabelle XIII.

No.	Glasnummer	Brechender Winkel ψ	Einfalls- Winkel φ
1	No. 13	60°	54° 50' 13",6
2	No. 3	62	55 56 18 ,1
3	No. 3	62	53 30
4	No. 3	62	53 35
5	No. 3	63	53 40

der normalen bedeutender abweichende Nummern, nur dem Gränzwinkel ψ sich annähernd zu verhalten, wurden noch die Abstände der Linien für Flintglasprismen No. 3 mit kleineren brechenden Winkeln berechnet. Ein Blick auf Tab. II (S. 69) lehrt, wie die Coëfficienten dieser Nummer von denen der No. 13 schon mehr verschieden sind. Die nachstehenden Tabellen XII, XIII, XIV und XV erleichtern die Uebersicht.

Fl. Gl. No. 3. $\psi = 63^\circ$.

Lage der Fraunhofer'schen Linien in Theilstrichen der Scale.

B	C	D	E	F	G	H
76,71	82,84	100	122,72	143,31	183,91	221,49
77,10	83,30	100	121,81	142,04	182,44	220,22
76,73	83,03	100	122,17	142,76	183,93	222,51
76,80	83,08	100	122,11	142,63	183,67	222,10
76,87	83,13	100	122,04	142,50	183,38	221,68

die Stellung der Minimalablenkung für D. Die Verschiedenheiten können also nicht zu bedeutend seyn. Sie werden aber noch geringer, wie man aus den Columnen No. 3, 4 und 5 ersieht, wenn das Prisma aus der Minimalablenkung gerückt wird, und ist also die Möglichkeit vorhanden, mit einem solchen Prisma sich der Uebereinstimmung in befriedigender Weise anzunähern.

Fl. Gl. No. 3. $\psi = 62^\circ$.

Lage der Fraunhofer'schen Linien in Theilstrichen der Scale.

B	C	D	E	F	G	H
76,71	82,84	100	122,72	143,31	183,94	221,49
78,14	84,06	100	120,78	140,03	178,37	214,09
76,85	83,11	100	122,09	142,59	183,66	222,89
76,89	83,14	100	122,04	142,51	183,47	221,87
76,94	83,18	100	121,98	142,40	183,24	221,53

Die Anordnung der vorstehenden Tab. XIII ist dieselbe, wie die der zwölften. Die zweite Colonne giebt die Abstände der Linien für ein Prisma No. 3 mit einem brechenden Winkel von 62° , derselbe ist also schon um $1^\circ 15' 37''{,}2$ (vgl. (14) S/85) kleiner, als der dieser Nummer entsprechende Gränzwinkel. Der beigeschriebene Einfallswinkel φ entspricht der Minimalablenkung für D , und man sieht aus den sich ergebenden Abständen, daß ein solches Prisma

Tabelle XIV.

No.	Glasnummer	Brechender Winkel ψ	Einfalls-Winkel φ
1	No. 13	60°	$54^\circ 50' 13''{,}6$
2	No. 3	61	$54^\circ 43' 23''{,}2$
3	No. 3	61	$50^\circ 30'$
4	No. 3	61	$50^\circ 35'$
5	No. 3	61	$50^\circ 40'$

Ueber die Columnen der Tab. XIV, deren Anordnung ganz den beiden vorhergehenden entspricht, ist ganz dasselbe zu sagen, wie über die von XIII. Der Prismenwinkel ist noch abweichender, denn sein Unterschied vom Gränzwinkel beträgt $2^\circ 15' 37''{,}2$; dem entsprechend ergeben sich denn die Lagen für Minimum der Ablenkung in der zwei-

Tabelle XV.

No.	Glasnummer	Brechender Winkel ψ	Einfalls-Winkel φ
1	No. 13	60°	$54^\circ 50' 13''{,}6$
2	No. 3	60	$53^\circ 32' 15''{,}4$
3	No. 3	60	$47^\circ 50'$
4	No. 3	60	$47^\circ 55'$
5	No. 3	60	48°

Ueber Tabelle XV ist ganz dasselbe zu sagen, wie bei der vierzehnten. Der Prismenwinkel 60° weicht um volle

in dieser Stellung bedeutende Abweichungen von den normalen Lagen der Colonne 1 verursacht. Wie aber aus der Vergleichung der Colonne 3, 4 und 5 mit der ersten hervorgeht, verschwinden diese Differenzen bis zu einem gewissen, vollkommen genügenden Grade, sobald, wie es die entsprechenden Einfallswinkel φ angeben, das Prisma aus der Minimalablenkung gerückt wird.

Fl. Gl. No. 3. $\psi = 61^\circ$.

Lage der Fraunhofer'schen Linien in Theilstrichen der Scale.

B	C	D	E	F	G	H
76,71	82,84	100	122,72	143,31	183,94	221,49
79,63	84,69	100	119,77	138,13	174,62	278,51
76,81	83,08	100	122,13	142,66	183,90	222,65
76,93	83,12	100	122,08	142,60	183,72	222,34
76,94	83,16	100	122,02	142,49	183,49	221,99

ten Colonne als noch mehr verschieden von den normalen in der ersten. Die Colonnen 3, 4 und 5 beweisen die Möglichkeit, daß auch ein solches Prisma, sobald nur der Einfallswinkel φ z. B. mit den angeführten Werthen gewählt wird, eine genügende Uebereinstimmung erzielen läßt.

Fl. Gl. No. 3. $\psi = 60^\circ$.

Lage der Fraunhofer'schen Linien in Theilstrichen der Scale.

B	C	D	E	F	G	H
76,71	82,84	100	122,72	143,31	183,94	221,49
79,97	85,40	100	118,99	136,54	171,33	203,58
76,89	83,13	100	122,07	142,58	183,80	222,55
76,95	83,18	100	122,02	142,50	183,56	222,16
77,01	83,23	100	121,95	142,37	183,32	221,79

$3^\circ 15' 37,2$ vom Gränzwinkel ab. Für Minimalablenkung würden Differenzen entstehen, wie sie sich aus der Ver-

gleichung von Colonne 1 und 2 ergeben. Dieselben verschwinden jedoch bis zu einem bestimmten Grade, wenn der Einfallswinkel φ mit ähnlichen Werthen gewählt wird, wie sie in der dritten, vierten und fünften Colonne angegeben sind.

Aus vorstehenden vier Tabellen erhellt demnach mit Sicherheit, dafs man bei der Erreichung eines bestimmt festgesetzten Prismenwinkels nicht zu ängstlich zu seyn braucht, sofern derselbe nur nicht eine für jede Nummer zu bestimmende Gränze übersteigt. Jedenfalls könnte man ähnliche Tabellen für die weniger differenten Nummern N. 23 und 30 berechnen, und würden sich bei kleinerem Prismenwinkel, sofern nur der Einfallswinkel φ entsprechend verändert würde, ähnlich übereinstimmende Lagen ergeben. Die stets noch vorhandenen kleineren Abweichungen können für Beobachtungen an den hier in Rede stehenden Spectralapparaten wegen der begränzten Schärfe des Messungsinstrumentes von nicht allzu grossem Belange seyn.

III. Praktische Anwendung der Ergebnisse dieser Untersuchung.

Wenn es im Vorstehenden gelungen ist, ziemlich allgemein die Möglichkeit einer Uebereinstimmung unter den Spectralapparaten theoretisch nachzuweisen, so erübrigt nun noch eine kurze Betrachtung über die praktische Erreichung dieses Zieles.

Es ist mir unbekannt, ob die Verfertiger von Prismen zu den hier in Rede stehenden Apparaten auf die Bestimmung der Gränzwinkel für etwa, von früher benutzten, abweichende Nummern Rücksicht genommen haben. Der Umstand jedoch, dafs sowohl in Beziehung auf den brechenden Winkel, wie auf die Coëfficienten der Glasnummern gewisse Verschiedenheiten der Uebereinstimmung nicht hinderlich sind, erleichtert dieselbe ausserordentlich, wofür nur dem Prisma eine Aufstellung gegeben wird, welche ein successives bequemes Drehen um seine Axe von etwa 10 bis 20° ermöglicht. Die Prismenwinkel sämmtlicher Apparate betragen annähernd 60°; ihre Brechungscoëfficienten

können also, wie die der No. 3 und 13 differiren, und es ist doch möglich, durch einfaches Verändern der Stellung des Prismas Uebereinstimmung, resp. Proportionalität zu erlangen, besonders für den Fall, daß man die Prismen mit größeren Exponenten der Minimalablenkung näher aufstellt.

Gesetzt, man wollte nun im Interesse der Uebereinstimmung allgemein die Lage der Spectralstreifen, wie sie Bunsen aufführt, als normal annehmen, so müßte man zunächst die Focallänge des Bunsen'schen Scalenrohres, und damit nach Tab. I (S. 68) den Winkelabstand von je zwei Theilstrichen der Scale kennen. Ebenso wäre für den mit dem normalen übereinstimmend zu machenden Apparat die Focallänge des Scalenrohres und der Winkelabstand zweier Theilstriche zu ermitteln. Die Bestimmung der Focallänge des Scalenrohres geschieht aber auf folgende einfache Weise. Man richtet das Beobachtungsfernrohr auf einen entfernten Gegenstand und verschiebt das Ocular so lange, bis das umgekehrte Bild des ersteren deutlich und scharf begränzt erscheint, und das Fadenkreuz an dem Bilde bei bewegtem Auge unbeweglich haftet. Diese Stellung des Beobachtungsfernrohres wird mit einem Striche auf dem verschiebbaren Rohre für sämtliche spätere Beobachtungen notirt. Jetzt erleuchtet man die Scale und giebt dem Scalenrohre eine Stellung, in welcher die an der Prismenfläche reflectirten Strahlen in das Beobachtungsfernrohr gelangen. Man verlängert oder verkürzt nun das Scalenrohr so lange, bis die Scale mit dem vom ersten Versuche her unveränderten Beobachtungsfernrohr am schärfsten gesehen wird, und Fadenkreuz und Theilstrich bei bewegtem Auge unbeweglich aneinander haften. Die so erhaltene Stellung des Scalenrohres wird gleichfalls für alle späteren Versuche mit einem feinen Striche auf dem beweglichen Theile desselben bemerkt und nun die Länge von der Scale bis zur Linse, genauer bis zum optischen Mittelpunkt derselben, gemessen. Ergiebt sich kein bedeutender Unterschied mit dem norma-

len Bunsen'schen Scalenrohre, so eignet sich der Apparat zu einem mit dem normalen übereinstimmenden, ist der Unterschied größer, so thut man jedenfalls besser, den Apparat mit dem normalen proportional zu stellen. Im ersten Falle dreht man das Prisma so lange, bis die betreffenden Spectralstreifen in ihrer Lage am übereinstimmendsten mit den Bunsen'schen erscheinen. In letzterem Falle berechnet man zuvor die den Bunsen'schen proportionalen Lagen. Kennt man nämlich für den Bunsen'schen Apparat die Lagen $a, b, c, d \dots$ und die der Focallänge seines Scalenrohrs nach Tab. I (S. 68) entsprechende Winkeldistanz zweier Theilstriche, gleich λ , so ergeben sich für den proportional zu machenden Apparat mit der Winkeldistanz λ' die Lagen der entsprechenden Streifen $a', b', c', d' \dots$, wenn man sämtliche Streifenlagen in beiden Apparaten z. B. auf $N a = 100$ bezieht, nach den Gleichungen:

$$a' = 100 - \frac{(100 - a) \lambda'}{\lambda}$$

$$b' = 100 - \frac{(100 - b) \lambda'}{\lambda} \text{ usw.,}$$

da sich verhält

$$100 - a' : 100 - a = \lambda' : \lambda$$

$$100 - b' : 100 - b = \lambda' : \lambda$$

usw. Man verändert alsdann das Prisma so lange in seiner Stellung, bis die beobachteten Streifen übereinstimmend mit den ihnen entsprechenden berechneten $a', b', c', d' \dots$ liegen. Der Apparat ist alsdann für sämtliche übrigen Streifen mit dem Bunsen'schen sehr annähernd proportional, und gilt also von beiden das auf S. 72 und 73 weiter Ausgeführte. Man thut hierbei natürlich wohl, Streifenlagen, welche sich über die gesammte Länge des Spectrums erstrecken, zu wählen, und danach den Apparat in seiner Aufstellung zu richten.

In ähnlicher Weise könnten sicher auch Apparate, deren Prismen schon für Minimalablenkung größere unproportionale Abstände als die Bunsen'schen liefern, durch



allmähliches Verrücken des Prismas annähernd proportional gemacht werden. Man hätte jedoch dann für eine Anzahl charakteristischer Bunsen'scher Lagen für verschiedene, besonders gröfsere Focallängen eine Tabelle, ähnlich der vierten (S. 72), zu berechnen, und das Prisma, ohne weiter Rücksicht auf die Focallänge des Apparates zu nehmen, so lange zu verdrehen, bis grösstmögliche Uebereinstimmung mit einer der Horizontalcolumnen der fraglichen Tabelle herrschte.

Für die nun einmal vorhandenen Spectralapparate kann natürlich diese Methode, dieselben übereinstimmend zu machen, nur insofern Geltung haben, als die Exponenten der etwa verschiedenen Glasnummern nicht bedeutender abweichen, als No. 3 und No. 13 des Fraunhofer'schen Flintglases. Es ist aber für die Zukunft dem Opticus das Mittel empfohlen, für gewisse Nummern, nachdem etwa die Bunsen'schen Lagen für normal erklärt sind, sich einem bestimmten Gränzwinkel anzunähern, und die Uebereinstimmung wird bei drehbarem Prisma um so schärfer erreicht werden.

Für die vorhandenen, auf diese Art und Weise nicht proportional und nicht übereinstimmend zu machenden Spectralapparate bleibt nur das Mittel, sich durch Interpolation zwischen zweckmäfsig gewählten Streifen die Gewifsheit zu verschaffen, dafs ein in bestimmter Lage in dem einen Apparate beobachteter Streifen mit einem gewissen des andern identisch ist.

Es sind natürlich bei allen, in obiger Weise annähernd übereinstimmend oder proportional gemachten Apparaten kleine Verschiedenheiten in Bezug auf die Lage der Spectralstreifen vorhanden; allein diese schwinden in ihrer Bedeutung mehr und mehr wegen der begränzten Schärfe, welche das für diese Apparate eingeführte Scalenrohr, als Messungsinstrument, bietet. Befindet sich nämlich der Spalt genau in der Brennuweite der Spaltenrohrlinse, und ist für diesen Fall Scalenrohr und Beobachtungsfernrohr in oben erwähnter günstiger Weise aufgestellt, so erschwert eine ge-

nauere Ableitung der Scalentheilstriche der Umstand, daß das Fadenkreuz bei Beobachtung eines Spectralstreifens, wenn man das Auge bewegt, niemals ganz unbeweglich bleibt. Im angegebenen Falle befindet sich nämlich das Fadenkreuz in der Vereinigungsweite der Theilstrichstrahlen, und sind deshalb Fadenkreuz und Theilstrich für jede Lage des Auges in unveränderlicher Stellung. Die Strahlen verschieden farbiger Spectralstreifen haben aber verschiedene Vereinigungsweiten, die violetten kürzere, die rothen längere. Läßt man daher das Beobachtungsfernrohr in obiger Stellung, so sieht man die verschieden farbigen Streifen einmal nicht scharf begränzt, und fürs andere ist bei bewegtem Auge eine parallactische Verschiebung der Streifen gegen die Theilstriche vorhanden. Verkürzt oder verlängert man das Beobachtungsfernrohr und stellt es in die Vereinigungsweite der farbigen Strahlen, so sieht man diese deutlicher, aber die parallactische Verschiebung bleibt bestehen, denn jetzt erscheint zwar der farbige Streifen und das Fadenkreuz unbeweglich, aber die Theilstriche verschieben sich, wenn man das Auge bewegt.

Diesem Umstande gemäß scheint mir der Zweck der hier in Rede stehenden Apparate genügend erfüllt, wenn, sofern es darauf ankommt Uebereinstimmung oder Proportionalität zu erzielen, die Lage des Randes eines bestimmten Spectralstreifens, als ein für alle Mal in das Intervall zweier Theilstriche fallend, festgesetzt werden kann. Eine solche Uebereinstimmung läßt sich aber, wie die Vergleichung der früheren Tabellen ergab, ohne allzu große Mühe erreichen.

IV. *Ueber die mikroskopische Structur der Schlacken
und über die Beziehungen der Mikrostructur zur
Genesis der krystallinischen Gesteine;*
von Hermann Vogelsang.

Die allgemeinen geogenetischen Schlussfolgerungen, welche sich an die mikroskopische Untersuchung der krystallinischen Gesteine geknüpft haben, sind von so weitgreifender Bedeutung, daß es mir geboten erschien, noch einmal auf die Analogien zurückzukommen, welche jenen Folgerungen zu Grunde liegen, und demgemäß Beobachtungen anzustellen an solchen mineralischen Substanzen, deren Bildungsweise thatsächlich erwiesen ist. Krystalle, aus einem bei gewöhnlicher Temperatur flüssigen Lösungsmittel abgeschieden, also z. B. die gewöhnlichen Salze aus wässerigen Lösungen krystallisirt, sind rücksichtlich ihrer mikroskopischen Structur schon mehrfach untersucht worden, und namentlich hat Sorby in seiner vortrefflichen Abhandlung »Ueber die mikroskopische Structur der Krystalle« die wichtigsten und interessantesten Beobachtungen mitgetheilt. Weniger eingehend hat er die künstlichen sogenannten pyrogenen Gebilde untersucht, und da gerade ihre Entstehungsart noch vielfach als derjenigen der meisten krystallinischen Gesteine am nächsten verwandt erachtet wird, so mußte eine möglichst genaue Kenntniß dieser Kunstproducte als Basis für theoretische Schlussfolgerungen wünschenswerth erscheinen.

Ein Aufsatz von A. Bryson ¹⁾ über diesen Gegenstand war mir im Original leider nicht zugänglich, jedoch dürften die citirten Auszüge das Wesentlichste desselben enthalten. Bryson's Beobachtungen betreffen zumeist auch die krystallinischen Gesteine, genauere Angaben über die künstli-

1) A. Bryson, Ueber den neptunischen Ursprung des Granites. *Edinb. new philos. Journ.* 1861. *XIV.* 144. Im Auszuge: *Min. Jahrb.* 1862. S. 370. Kopp und Vill, *Jahresber.* 1861. 1045.

chen pyrogenen Gebilde sind wenigstens in den verschiedenen Auszügen nicht enthalten.

Die Beziehungen zwischen lösendem und gelöstem Körper sind zweifelsohne wesentlich dieselben bei einem sogenannten feurig-flüssigen Magma, wie bei einer wässrigen Lösung verschiedener Salze; weil aber in der Regel der Erstarrungsmoment nur durch Abnahme der Temperatur bedingt, und nahezu gleichzeitig ist für das Lösungsmittel, wie für die gelösten Substanzen, weil ferner bei Silicatmagmen die amorphen Modificationen der einzelnen gelösten Verbindungen in ihren physikalischen und chemischen Unterschieden gegenseitig sich verdecken, so wird es wohl kaum jemals ausführbar werden, den jeweiligen Charakter der Lösung oder der Erstarrungsproducte genau festzustellen, eine Bauschanalyse eines amorphen Silicates richtig zu interpretiren. Nur wo Krystallisation eintritt haben wir eine gewisse Bürgschaft für das Zusammentreten von Verbindungen nach festen Verhältnissen, obgleich durchaus nicht ohne Weiteres anzunehmen ist, weder dafs ein ausgeschiedener krystallisirter Körper in seiner Zusammensetzung nothwendig verschieden sey von dem umgebenden amorphen Magma¹⁾), noch auch dafs die krystallinische Masse oder selbst ein einzelner Krystall durch und durch von gleichartiger Beschaffenheit sey. Es ist namentlich der letztere Punkt, welcher auch durch die nachfolgenden Untersuchungen näher erwiesen wird.

Zu mikroskopischen Untersuchungen eignen sich nur diejenigen Erstarrungsproducte, welche sich zu dünnen, mindestens durchscheinenden Plättchen schleifen lassen; und dieses ist bei dichten, metallreichen Schlacken oft sehr schwierig oder unmöglich. Die meisten Roh eisenschlacken und alle mehr oder weniger glasartigen Körper lassen sich indessen ans schwer präpariren²⁾). Ich habe über hundert

1) Tournet, *Compt. rend. LIII*, 170.

2) Zur Voruntersuchung genügen feine Splitter wie man sie von glasigen Substanzen leicht hinlänglich durchsichtig absprengen kann; zur genaueren Untersuchung wurden aber stets Dünnschliffe angefertigt, und zwi-

verschiedene Schlacken und Gläser mikroskopisch untersucht, und da die Beobachtungen hierbei sich vielfach wiederholten, so will ich mich darauf beschränken, die specifischen Verschiedenheiten der Mikrostruktur an einzelnen Beispielen anzugeben.

Das gewöhnliche klar durchsichtige Glas zeigt unter dem Mikroskope keinerlei Besonderheiten, hier und da ein fremder mechanisch umschlossener Körper, locale Färbungen, wo ein solcher in Lösung gegangen ist, kann man schon mit bloßem Auge vielfach wahrnehmen, und man sieht dieselben natürlich in manchen schlechten, unreinen Gläsern bei starker Vergrößerung hundert- und tausendfach vermehrt. Viele, aber wohl nicht die meisten Schlacken sind in dieser Hinsicht den gewöhnlichen Gläsern gleich zu achten. Es läßt sich nach meinen Erfahrungen nicht gerade behaupten, daß der krystallinische Zustand vorherrschend bei diesen pyrogenen Producten, wohl aber sind gewisse Anfänge einer Krystallisation jedenfalls viel häufiger, als man bisher geglaubt und ohne Hülfe des Mikroskopes unterscheiden konnte.

Die eigentlich glasigen Schlacken zeigen sehr verschiedene Färbungen; im Allgemeinen zwischen gelb, grün, blau, braun und schwarz; sie werden beim Dünnschleifen völlig durchsichtig, und unter dem Mikroskop sieht man stets eine große Anzahl Gasbläschen. Fig. 12 Taf. I zeigt eine solche Schlacke bei 500facher Vergrößerung. Die Luftbläschen sind in der Regel völlig rund, mit dunklem Rande und dem einer Hohlkugel eigenthümlichen Lichtreflex. Betrachtet man ein solches Präparat bei auffallendem Lichte, ohne aber die Beleuchtungslinse anzuwenden, so sieht man

zwei Glasplättchen in Canadabalsam gelegt. Es ist nicht zweckmäßig, solche Schliffe mit allzufeinen Politurmitteln, Caput mortuum etc. zu behandeln. Die geringen Unebenheiten, welche beim Schleifen mit feingepulvertem Schmirgel auf roatter Glasplatte in den Präparaten zurückbleiben, werden durch den Canadabalsam völlig erfüllt und unschädlich gemacht, während die feinsten Politurmittel sich in etwaige Spalten und Höhlungen eindrängen, und die Wahrheit der Bilder sehr beeinträchtigen.

natürlich die Kugeln hell auf dunklem Grunde. Selten sind einzelne Bläschen mandelförmig, länglich gestreckt oder anschliessend vereinigt. Einzelne, bei durchfallendem wie bei auffallendem Lichte völlig undurchsichtige Kugeln müssen als eingeschlossene Metallkörnchen angesehen werden. Zeigt eine Schlacke Abwechselungen in der Färbung, hellere oder dunklere Streifen, so findet sich stets eine entsprechende Anhäufung der Luftbläschen, und zwar zeigen die am wenigsten durchscheinenden Streifen, also die scheinbar dichtesten Lagen, die grösste Anhäufung der Gasbläschen, durch welche letztere die geringe Durchsichtigkeit wesentlich bedingt ist.

Manche solcher glasigen Schlacken lassen schon mit unbewaffnetem Auge kleine kugelige Concretionen erkennen, welche sich unter dem Mikroskope als deutlich krystallinisch darstellen. Fig. 13 auf Taf. I zeigt eine derartige Roh-eisenschlacke von Mägdesprung am Harz. Sie ist dunkel schwärzlich blau, im Ganzen durchaus glasig, zeigt aber viele gelblich weisse Ausscheidungen bis zur Grösse eines Stecknadelknopfes, mit scheinbar sphärolitischem Gefüge. Unter dem Mikroskop sieht man in der glasigen Grundmasse eine Menge Luftbläschen, sowie einzelne Eisenkörnchen; die Sphärolithe sind federartig gegliedert, so dass die einzelnen Streifungsrichtungen unter einander Winkel von 60 und 120° bilden. Ob innerhalb der krystallinischen Concretionen auch Gasbläschen eingeschlossen sind, konnte bei dieser Schlacke nicht ermittelt werden, da sich ein brauchbares Präparat nur erhalten liess in Verbindung mit aufliegender Glassubstanz, wo die Poren auch der letzteren angehören konnten.

Größere strahlige Concretionen findet man als sogenannte *Krystalliten* bekanntlich zuweilen in langsam erkalteten Gläsern. Ein ausgezeichnetes derartiges Stück, welches ich schon bei einer anderen Gelegenheit beschrieben habe¹⁾, wurde mir durch die Güte des Hrn. Geh.-Rath Noeggerath zur Verfügung gestellt, der es von Boubé

1) Min. Jahrb. 1863, S. 208.

in Paris erhalten hatte; es stammt aus einer Glashütte in den Pyrenäen. In einer klaren, durchsichtigen, hell meergrünen Glasmasse liegen schneeweiße auf dem Bruche seidenglänzende Kugeln von fast 1 Zoll Durchmesser. Fig. 14 auf Taf. I stellt das mikroskopische Bild ($\times 500$) eines Kugelabschnittes mit der Gränze nach der Glasmasse zu dar. Ueber das Krystallsystem ist nicht mit Sicherheit zu urtheilen, man sieht nur feine Nadeln strahlig gruppiert. Dazwischen jedoch liegen eine Menge kleiner Poren, in der Richtung der Strahlen, langgestreckt und neben einander gereiht. Die Poren sind nicht hohl, denn sie zeigen nicht den breiten dunklen Rand, welcher durch die grössere Differenz der Brechungsindices bewirkt wird, und ausserdem sind in der umgebenden Glasmasse gar keine Luftbläschen zu entdecken. Es ist hier vielmehr kein Zweifel, dafs von der krystallisirenden Verbindung Theilchen des amorphen Lösungsmittels umschlossen worden sind, und diese konnten oder mußten vielmehr glasig erstarren, weil auch die ganze umgebende Grundmasse diesen Zustand nicht überwunden hat.

Während wir im vorliegenden Falle locale, aber vollkommene Krystallisation in einer sonst amorphen Masse hatten, zeigen viele Schlacken im Ganzen einen gewissen Uebergang aus dem einen in den andern Zustand, wodurch sehr merkwürdige Gebilde erzeugt werden. So häufig dieselben sind, so fand ich sie doch nirgend in der Vollkommenheit entwickelt, wie bei einer Roheisenschlacke von der Friedrich-Wilhelms-Hütte bei Siegburg, deren Eigen thümlichkeiten ich daher zunächst beschreiben will. Die Schlacke ist dunkel lauchgrün, mit olivengrünen oder schwärzlichen Nüancen, sie hat vollkommen muscheligen Bruch und matten Glasglanz. Hell bläuliche oder gelbliche sphärolitische Concretionen sind darin nicht selten, und haben einen Durchmesser von einer Linie bis zu anderthalb Zoll. Im Centrum derselben findet man in der Regel ein Eisenkorn, durch welches eine unregelmässige (langsamere) Abkühlung und damit Krystallisation eingeleitet wurde.

Die dunkle Grundmasse dieser Schlacke zeigt unter dem Mikroskop ein höchst merkwürdiges Bild, von welchem Fig. 15 auf Taf. I nur eine schwache Copie giebt. In einer klaren, durchsichtigen Glasmasse liegen sternförmige und längliche Aggregate sonderbarer Art. Ich werde dieselben, um kein neues Wort zu bilden, fortan auch *Krystalliten* nennen, überzeugt, daß für sie eine besondere Bezeichnung nothwendiger ist, als für die bisher so genannten Bildungen, welche sich durch nichts von eigentlichen Krystallen oder Krystallaggregaten unterscheiden. Die Sterne sind sämmtlich acht- oder vierstrahlig, und erreichen einen Durchmesser von circa 0,01 Milm. Wenn man aus vier oder acht Farrenkant-Wedeln sich einen Stern zusammenlegt, so hat man das beste Modell vom Durchschnitt eines solchen Krystalliten. Im ganzen Raum entsprechen die einzelnen Glieder der Sterne den Axen des regulären Systems mit den rhombischen und vielleicht auch zuweilen den trigonalen Zwischenaxen, so daß also vom Mittelpunkte 18 oder 26 Glieder ausliefen. Der Größe nach sind sie nicht immer ganz symmetrisch ausgebildet, jedes derselben ist aber völlig symmetrisch blattartig gefiedert, und zwar bestehen die kleinsten Gliederchen, wie man bei hinlänglicher (500- bis 1000 facher) Vergrößerung deutlich wahrnehmen kann, nicht aus regelmäfsig begränzten, sondern aus rundlichen, unsymmetrischen Körperchen. Ausser diesen Sternaggregaten erblickt man viele Nadeln, theils glatt, rund, und in eine feine Spitze auslaufend, zumeist aber ebenfalls rechtwinklig gefiedert. Sie sind nicht immer geradlinig gestreckt, durchkreuzen sich in unregelmäfsigen Biegungen, und nicht selten sieht man ein dichtes Gewirre von Röhren, Nadeln und Sternen bunt durcheinander. In der Färbung sind alle diese Bildungen gleich, dunkellauchgrün, bei starker Vergrößerung olivengrün durchscheinend. Wahrscheinlich sind auch alle, wenigstens in dieser Schlacke, von derselben Zusammensetzung. Die ungefederten Nadeln sind dasselbe wie die gefiederten, denn man sieht alle möglichen Uebergänge von der feinsten Spitze bis zur zweifachen Gliederung. Zu-

weisen bildet ein Stern die Endigung eines longitudinalen Aggregates, wie eine Blume auf gefiedertem Stiel aufsitzend. Der helle Glasgrund ist besät mit ganz kleinen Sternen und Nadeln, unregelmäßig durcheinander liegend, aber immer deutlich zu unterscheiden. Die kleinen Sterne zeigen im Durchschnitt ein Kreuz, aus vier rundlichen Körperchen gebildet; die feinen Nadelchen sind ganz glatt und spitz. Wenn es dieselbe Substanz ist, was durch die eben beschriebene Verbindung bei den größeren Ausscheidungen sehr wahrscheinlich wird, so ist eine solche Verschiedenheit dieser kleinsten Bildungen sehr bemerkenswerth, zumal die größeren Sterne entschieden die Gliederung des regulären Systemes zeigen. Niemals besteht ein Stern aus glatten Nadeln, niemals eine Nadel aus aneinander gereihten rundlichen Gliedern.

Die Krystalliten bilden Aggregate unregelmäßiger Körperchen, nach krystallographischen Linien gruppirt, und ich wüßte in der That nichts, was so sehr geeignet wäre, die Theorie der Verbindung der Moleküle zu regelmässig begrenzten Individuen zur Anschauung zu bringen, wie diese Bildungen. Dazu kommt noch, daß es häufig den Anschein hat, als ob die zu frühe Erstarrung der Grundmasse das innige Zusammentreten verhindert habe (auf Fig. 15 Taf. I der Stern ohne mittlere Ausfüllung); eine Täuschung, welche durch den jeweiligen Durchschnitt der Krystalliten, ober- oder unterhalb des Mittelpunkts herbeigeführt ist. Ohne Zweifel sind indess wohl diese Sterne von der Mitte nach Außen gewachsen, in derselben Weise wie man dies bei vielen Salzen, wenn sie aus wässerigen Lösungen krystallisiren, unter dem Mikroskope beobachten kann. Jedes der kleinen Körperchen kann aber doch gewissermaßen selbstständig an der Stelle, wo wir dasselbe finden, ausgeschieden worden seyn ¹⁾.

1) Die meiste Aehnlichkeit haben die eben beschriebenen Krystalliten mit den sogenannten gestrickten Formen, welche beim Bleiglanz, bei den gediegenen Metallen und einigen Legirungen bekannt sind. Jedoch zeigen hierbei die einzelnen Glieder in der Regel krystallinische Formen

Es finden sich, wie bereits bemerkt, auch sphärolitische Concretionen in dieser Schlacke. Sie stellen sich unter dem Mikroskope als hexagonale Aggregate dar, und die dunklen Krystalliten liegen darin ebenso unregelmässig vertheilt, wie in der übrigen Glasmasse (Fig. 16 Taf. I). Die Ausscheidung des Krystalliten ging demnach der localen Krystallisation der Grundmasse voraus.

Die hexagonalen Concretionen zeigen eine deutliche (nicht chromatische) Wirkung auf den Polarisationsapparat, während die Grundmasse mit den Krystalliten bei gekreuzten Nicols das Gesichtsfeld völlig dunkel lassen. Dadurch wird freilich der amorphe Charakter der einzelnen Gliederchen, sofern dieselben reguläre Gebilde sind, nicht weiter bewiesen, andererseits dürfte aber daraus folgen, dass auch die longitudinalen Formen, da sie sich den anderen gleich verhalten, dem tesserale System angehören.

In geringerer Regelmässigkeit als bei der eben beschriebenen Schlacke finden sich nun diese Krystallitenausscheidungen ganz ungemein häufig, und zumal dürfte kaum eine einzige krystallinische grüne Roheisenschlacke untersucht werden, bei welcher nicht diese kleinen Körperchen den eigentlichen Farbstoff der ganzen Masse bilden. Aber auch in scheinbar homogenen, glasigen Schlacken habe ich sie als dicht gesäte, kleine Punkte häufig wiedergefunden, und zwar gewöhnlich der Art, dass rundliche und nadelförmige Gebilde scharf von einander zu unterscheiden sind. Bemerkenswerth dabei ist noch folgende Erscheinung. Gasbläschen, wie die bei glasigen Schlacken beschriebenen, findet man schon bei solchen, welche diese Anfänge der Krystallisation zeigen, sehr selten; noch weniger bei eigentlich krystallinischen Schlacken. Wo aber ein solches Bläs-

oder das Ganze einheitliche Spaltbarkeit. Durch die Güte eines Freundes habe ich ein Stück Roheisen erhalten, welches den Krystalliten sehr ähnliche freistehende Aggregate zeigt. Die einzelnen rechtwinkelig gegen einander stehenden Glieder werden durch Reihen von Eisenperlen gebildet, an denen man nur selten eine geringe Tendenz zur Octaëderbildung wahrnimmt.

chen auftritt, da ist die Ausscheidung der Krystalliten dadurch entschieden begünstigt worden. Ich habe mehrere dichte, glasige Schlacken untersucht, welche ein trübes, gelblich-braunes Magma zeigen, worin einzelne grüne Krystalliten zerstreut liegen; um die letzteren zieht sich stets ein heller durchsichtiger Hof; wo aber ein Luftbläschen oder ein Metallkörnchen ungeschlossen worden ist, da zeigt sich in der Umgebung nur klares Glas mit größeren Krystalliten. Eine bestimmte Lagerung der letzteren zu dem die Ausscheidung begünstigenden Körper ist dabei nicht wahrzunehmen.

Die eigentlich krystallinischen Schlacken, in deren Blasenräumen auch wohl bestimmt begränzte Individuen ausgebildet sind, zeigen eine verschiedenartige mikroskopische Structur, aber auch sie sind wohl niemals gänzlich homogen. Einige charakteristische Beispiele mögen noch näher beschrieben werden.

Auf dem Rohrstahlofen bei Sayn fällt eine basische manganreiche Schlacke von hellgrüner, grünlichgelber oder lavendelblauer Farbe. Der Bruch ist splittig, dicht, oder auch blättrig strahlig, namentlich findet man viele blaue, sphärolitische Ausscheidungen (Chytrophyllit; Hausmann). Die ausgebildeten Krystalle sind bald tetragonale Säulen mit Gradendfläche (Humboldtillith), bald sechsgliedrige Tafeln (Kieselschmelz, Hausmann). Die letzteren sind höchstens 1 Mllm. dick, haben aber bis zu 10 Mllm. im Durchmesser; sie sind parallel der Endfläche nur unvollkommen spaltbar.

Fig. 17 Taf. I zeigt das mikroskopische Bild des-Centrums einer solchen Tafel ($\times 500$). In einer hexagonal gestreiften, hell durchscheinenden Grundmasse liegen dendritenartige Krystalliten unregelmäßig vertheilt; auch zwei längliche, röhrenähnliche Gebilde stehen nicht in einer gesetzmäßigen Lagerung zur Hauptmasse des Krystalles. Eine unzählige Menge aber winzig kleiner und scheinbar (bei $\times 1000$) kugelförmiger Körperchen, dieselben, welche auch die größeren Aggregate zusammensetzen, liegen in regelmä-

fsigen Linien zwischen den Streifen der Grundmasse. Die deutliche sechsgliedrige Sternzeichnung, welche man beobachtet, wird wesentlich durch die Anhäufung der kleinen Körperchen nach diesen Linien, den horizontalen Axen, gebildet; durch ihre reihenweise Lagerung in den einzelnen Feldern wird die Natur der hexagonalen Streifung näher angedeutet; sie ist der Art, daß die Horizontalaxen stets einen nach außen geöffneten Winkel von 120° halbiren, und demnach die kleinen Krystalliten in ihrer Reihenfolge im ganzen Kreise Sterne bilden mit sechs ein- und sechs ausspringenden Winkeln, jeder von 60° . Da die Mitte von solchen Ausscheidungen fast gänzlich frei ist, so tritt hier der helle zwölfckige Stern deutlich hervor. Das Bild zeigt wie gesagt nur das Centrum des Krystalles, den Durchschnitt in der Gegend der Verticalaxe. Weiter nach den Säulenflächen hin verliert sich jede regelmässige Zeichnung, man sieht nur grössere Krystalliten, unregelmässig in einer klaren Grundmasse zerstreut; die einzelnen Strahlen des dunklen Sternes sind nicht weit von dem Mittelpunkt aus zu verfolgen.

Die Verschiedenheiten in Grösse, Form und Lagerung der Krystalliten bei diesem Schlackenkrystall erklären sich folgendermassen. Die Ausscheidung derselben begann auch hier vor der krystallinischen Erstarrung der Grundmasse. Während sie sich allmählich vergrösserten, trat die hexagonale Krystallisation ein, und zwang nun die kleinsten jener Gebilde, sich ihr entsprechend zu lagern, verdrängte sie aus der Mitte und schloß sie zwischen ihre einzelnen Strahlen ein. Wenn die hexagonale Tafel von innen nach aussen wuchs, so waren bei einer gewissen Grösse derselben sämtliche Krystalliten bereits so weit ausgebildet, daß sie jener fremden Kraft nicht mehr Folge leisteten, so wenig wie jene, welche bei Beginn der hexagonalen Ausscheidung bereits diese Grösse erlangt hatten. Deshalb sehen wir in der Mitte nur grössere Krystalliten, ohne bestimmte Beziehung zur Form des ganzen Krystalles, dann treten die kleinen Körperchen hinzu, regelmässig nach hexagonalen Strei-

fest gelagert, und endlich finden wir im übrigen Krystall nur grössere Ausscheidungen unregelmässig durcheinander liegen. Es braucht wohl nicht erwähnt zu werden, dass diese verschiedenen Stadien der Krystallisation zusammen nur einen äusserst kleinen Zeittheil zu ihrer Entwicklung und Vollendung fordern.

Eine Ausscheidung solcher kleinen Krystalliten scheint bei allen krystallinischen Schlackengebildnen der eigentlichen Krystallisation vorangegangen zu sein, und mag vielleicht wesentlich dazu beigetragen haben, der Grundmasse die stöchiometrische Zusammensetzung zu verschaffen, welche die betreffende Krystallbildung erforderte. Sowohl die viergliedrigen Säulen und Tafeln, als auch die blauen blättrigen Concretionen aus der zuletzt beschriebenen Schlacke zeigen jene Einschlüsse. Bei den Humboldtiliten, wenn man diesen Namen allgemein für die viergliedrigen Schlackekrystalle anwendet, sieht man nur selten eine regelmässige Streifung der Grundmasse, und dadurch bedingte Lagerung der Krystalliten. Von einer solchen Schlacke, welche auf der Sayner Hütte gefallen war, fertigte ich einen Schliff der Art, dass er den Verticaldurchschnitt einer tetragonalen Säule mit einem Theile der Grundmasse darbot, worauf derselbe aufgewachsen war. Der Krystall zeigte nur $\alpha P, OP$, war hellgrün mit unebenem, splittrigen Bruch; zunächst unter dem Krystall war die Grundmasse gelblich weiss, im Uebrigen grünlich gelb. Unter dem Mikroskop ($\times 500$) sieht man den eigentlichen Krystall als gleichmässig durchscheinende Masse voll der kleinsten Krystalliten. Die kleinen grünen Punkte liegen so dicht gedrängt, dass dadurch dem Präparat die Durchsichtigkeit grösstentheils benommen wird. Verschiebt man nun das Präparat der Art, dass man von dem Krystall allmählich zur Grundmasse übergeht, so tritt zunächst eine Streifung hervor, welche aber kein bestimmtes Winkelverhältniss zeigt, man sieht ein dichtes Aggregat von hell durchscheinenden Krystallen, welche im Allgemeinen mit ihrer Hauptaxe nach dem aufsitzenden Krystall gerichtet sind; den Hauptaxen parallel sind die klei-

nen grünen Krystalliten regelmässig abgelagert. Weiterhin schiebt sich zwischen die hell durchscheinenden Nadeln gelbliche, schwach durchscheinende Glasmasse ein, das Aggregat löst sich allmählich auf, und die gelbliche Hauptmasse der Schlacke zeigt uns das merkwürdige Bild, von welchem Fig. 18 Taf. I eine Anschauung giebt. Die nadelförmigen Krystalle treten hell aus einer bräunlich gelben, schwach durchscheinenden Glasmasse hervor; eine Endigung ist nicht recht deutlich wahrzunehmen, sie deutet jedoch, ebenso wie vielfache Spaltungsrichtungen, auf ein klineödrisches System. Ob nun diese Krystalle verschieden sind von denjenigen, welche das darüber liegende Aggregat bilden, oder ob beide nicht von derselben Substanz sind, wie der aufsitzende viergliedrige Krystall, lässt sich natürlich nicht entscheiden.

Die grünen Krystalliten sind hier gröfser und meistens dendritisch ausgebildet; es sind entweder moosförmige Aggregate, welche sich in ihrer äufseren Umgränzung einer Halbkugel nähern, oder auch röhren- und nadelförmige Gebilde. In der braunen Grundmasse liegen sie regellos vertheilt, in den Krystallen haften sie meist an den Begränzungsebenen, und zwar so, dafs die sphärische Umgränzung der Dendriten nach dem inneren Krystall gerichtet ist. Zuweilen haben sich auch in der Grundmasse um einen solchen Krystalliten kleine helle, nadelförmige Krystalle abgelagert. Alle diese Erscheinungen beweisen, dafs auch hier die Ausscheidung der unvollkommen begränzten Körper derjenigen der eigentlichen Krystalle vorangegangen ist.

Von den viergliedrigen Schlacken, welche ich untersuchte, zeigte nur eine, ein Humboldtith von einem Hochofen in Peunssylvanien, eine der Krystallform entsprechende Mikrostruktur. Die Schlacke ist gleichmässig leberbraun, und Krystalle von derselben Farbe sind scharf umgränzt in Drusen ausgebildet. Der Bruch ist dicht splittrig, die Krystalle tafelförmig, von $\propto P$, $\propto P\propto$, OP umgränzt. Eine solche Tafel wurde parallel der Endfläche geschliffen und zeigte eine Streifung, wie Fig. 19 Taf. I dieselbe andeutet. Im Innern der Krystalle sieht man nur die Winkel, welche

der Combination der beiden Säulen entsprechen, Rauten von 135° und 45° ; dabei herrscht bald die eine, bald die andere Streifungsrichtung vor. Nach den Rändern der Tafel zu tritt aber auch eine rechtwinklige Streifungsrichtung hinzu, gleichmäfsig an einer inneren Streifungslinie beginnend, wie dies die Zeichnung wiedergiebt. Da die äufseren Umgränzungslinien der achteckigen Tafel beim Schleifen gröfstentheils zerstört waren, so konnten hier die genaueren Beziehungen zwischen der Mikrostructur und der Krystallform nicht ermittelt werden, jedoch mögen fortgesetzte derartige Untersuchungen nicht unwichtige Beiträge zur Lösung krystallogenetischer Probleme liefern. Die Krystalliten sind in dieser Schlacke sehr unvollkommen entwickelt und zwischen der Streifung eingeschlossen; an einzelnen Stellen, namentlich beim Wechsel der Streifung, sind sie indess zu deutlichen Röhrchen und Nadeln ausgebildet, denen der übrigen Schlacken ganz entsprechend.

Es mag noch bemerkt werden, dafs dieser Humboldt-lith von allen untersuchten der einzige war, welcher die Combination der ersten und zweiten Säule zeigte. Krystalliten, und zwar meistens ziemlich grofs ausgebildet und regellos umschlossen, fanden sich in allen viergliedrigen Schlacken wieder. Eine derselben von der Hütte Tubalkain bei Neuwied mit sehr glänzenden kleinen, tetragonalen Tafeln war dadurch ausgezeichnet, dafs man alle möglichen Uebergänge von der vollkommensten Kugelform bis zu den farrenähnlichen Aggregaten und moosförmigen Gebilden darin erkennen konnte.

Aus den beschriebenen Beobachtungen an den pyrogenen Erstarrungsproducten ergibt sich zunächst, dafs bei denselben eine Ausscheidung gewisser Bestandtheile stattfinden kann, ohne dafs dieselben eine krystallographisch umgränzte Form annehmen müßten. Die Körperchen nähern sich in ihrer Form vielmehr der Kugel, dem Cylinder oder dem Kegel, und ob dieselben substantiell von einander verschieden sind, ist nicht gewifs.

Es können diese Ausscheidungen in der Richtung krystallographischer Linien erfolgen, ohne daß jedoch die dadurch gebildeten Aggregate *Krystalle* zu nennen wären. Es können aber auch unregelmäßige, dendritische Formen dadurch entstehen.

Wo eine eigentliche Krystallisation der Schlacke eingetreten ist, ging eine Krystallitenausscheidung derselben in den allermeisten Fällen voran, und es wurden diese von dem Krystall oder dem krystallinischen Aggregate eingeschlossen, mehr oder weniger den Richtungen der neuen Kraft folgend, je nachdem sie schon eine gewisse Größe und Selbständigkeit erlangt hatten, oder nicht.

Dieses sind die Resultate, welche für die allgemeine Kenntniß der Schlacken, zur Erklärung der verschiedenen Zusammensetzung derselben bei gleicher Krystallform, endlich auch für die Krystallogenie und die theoretische Chemie überhaupt wohl nicht ohne Bedeutung sind. Wenn ich nun zurückblicke auf jene Praesumtionen, welche zu diesen Untersuchungen eigentlich Veranlassung gaben, wenn ich die Analogien erörtern soll, zwischen der Mikrostruktur dieser entschieden pyrogenen Gebilde und derjenigen der krystallinischen Gesteine, so muß ich gestehen, daß ich mich dabei in einer gewissen Verlegenheit finde, denn ich fürchte, der Anknüpfungspunkte werden nicht viele seyn.

Dank den verdienstreichen Arbeiten Sorby's und meines verehrten Freundes F. Zirkel¹⁾ ist uns die mikroskopische Beschaffenheit vieler und der verschiedenartigsten Gesteine bekannt geworden. Ich selbst habe längere Zeit darauf verwandt, mich in den Besitz der mannigfaltigsten Gesteinpräparate zu setzen, und durch die Güte meines Freundes Zirkel kenne ich auch die seinigen aus eigener Anschauung. Indem ich hier nicht näher eingehe auf die Einzelheiten der Beobachtungen, welche zu der genauen Charakteristik der Gesteine so sehr vieles beitragen, daß ihre immer weitere Verbreitung den Geognosten nicht ge-

1) F. Zirkel, Mikroskopische Gesteinsstudien, Sitzungsber. der Wiener Akad. d. Wiss. XLVII, 226. — Pogg. Ann. CXIX, 2, 288.

nug aus Herz gelegt werden kann, will ich nur die allerdings sehr wichtige Frage erörtern: welcher Art sind die allgemeinen genetischen Folgerungen, welche aus den bisherigen mikroskopisch-mineralogischen Untersuchungen gezogen werden können? Es wird sich bei der Beantwortung dieser allgemeinen Frage von selbst ergeben, wie weit dabei die oben mitgetheilten Beobachtungen in Betracht kommen.

Die meisten Mineralien zeigen unter dem Mikroskop irgend fremdartige Einschlüsse, welche ihre Homogenität mehr oder weniger beeinträchtigen. Wir finden regelmässig und unregelmässig geformte Körper darin, locale Färbungen, Höhlungen mit Flüssigkeiten angefüllt, kurz wir finden auf die mannigfachste Art und wohl ganz allgemein solche Anomalien im Kleinen, wie wir sie vereinzelt, aber in größerem Maassstabe, schon längst mit bloßem Auge wahrgenommen hatten.

Zunächst mögen uns hier die mit Flüssigkeiten gefüllten Höhlungen, die Flüssigkeitsporen, beschäftigen. Was die Bergkrystalle von Schemnitz im Großen zeigen, das findet man beim Quarz sehr vielfach im Kleinen wieder, und namentlich, wo derselbe einen Bestandtheil krystallinischer Gesteine bildet, in den Graniten, Gneissen, quarzführenden Porphyren und Trachyten ist stets dieses Mineral mit Flüssigkeitsporen mehr oder weniger erfüllt. Kleine bewegliche Gasbläschen sind für diese Einschlüsse charakteristisch, und beweisen, daß die physikalischen Zustände während der Bildung des Krystalles irgendwie modificirt waren.

Es ist nun sehr bemerkenswerth, daß diese Flüssigkeitsporen sich so durchaus vorwiegend gerade im Quarze finden. Ich kann mich nicht damit beruhigen, daß der Feldspath und andere Bestandtheile der krystallinischen Gesteine zu trübe seyen, um solche Erscheinungen erkennen zu lassen. Die quarzfreien Porphyre, die Diorite, Dolerite und Basalte lassen sich sehr gut präpariren, und die Feldspathe werden dabei meist so klar, daß man sehr viele fremdartige Einschlüsse wahrnehmen kann; sie zeigen aber keine Flüs-

sigkeitsporen, ebenso wenig wie die Feldspathe der Granite, der quarzführenden Prophyre, oder die Grundmasse der letzteren. Dafs vereinzelte Fälle vorkommen, bezweifle ich nach den Beobachtungen von Sorby, Bryson und Zirkel nicht, jedenfalls sind es jedoch auferordentliche Seltenheiten. Ich selbst habe niemals Wasserporen im Feldspath gesehen ¹⁾.

Es finden sich ferner die Flüssigkeitsporen im Quarze sowohl derjenigen Gesteine, in welchen dieses Mineral aller Wahrscheinlichkeit nach als das erste ausgeschieden wurde oder erstarrte, also bei den quarzführenden Porphyren und gewissen Graniten, als auch dort, wo der Feldspath und Glimmer des letzteren Gesteines durch krystallinische Kieselsäure verkittet erscheinen. Der Grund für das Vorherrschen im Quarz kann demnach von Denjenigen, welche sich jene Gesteine den Laven gleich erstarrt denken, nicht wohl in der Abnahme der Temperatur und dadurch bewirktem, allmählichem Freiwerden eines früher gasförmig oder wässerig flüssig gebundenen Bestandtheiles gesucht werden.

Indessen, diese Frage erfordert eine selbständige Lösung, man mag sich im Allgemeinen das Gestein entstanden denken wie man will.

Anders ist es mit der Erklärung des Gasbläschens, welches wir in allen jenen Flüssigkeitsporen finden; dieses Gasbläschen soll eine früher bedeutend höhere Temperatur beweisen. Es erscheint allerdings am natürlichsten, jene Bläschen durch Abnahme der Temperatur und dadurch bewirkte Contraction der Flüssigkeit zu erklären; wie hoch aber die frühere Temperatur gewesen sey, dieß läßt sich aus dem Größenverhältniß des Gasbläschens zur ganzen Pore nicht eher berechnen, als bis man die chemische Zusammensetzung der eingeschlossenen Flüssigkeiten, ihren Ausdehnungscoefficienten, sowie denjenigen des einschließenden

1) Häufiger scheinen sie nach Bryson's Untersuchungen im Topas, Beryll und Tormalin, also in den untergeordneten aber gewissermaßen edleren Bestandtheilen der Granite aufzutreten.

den Minerals kennt. Denn offenbar giebt nur die Differenz dieser beiden Gröſsen einen für die Berechnung brauchbaren Factor ab, immer noch vorausgesetzt, daß wir es mit gewöhnlichen physikalischen Zuständen, vor allem mit dem gewöhnlichen Druck der Atmosphäre, zu thun haben, und daß die Temperaturdifferenz lediglich auf die Erkaltung der Gesamtmasse zu schieben ist. Die beiden letzteren Voraussetzungen sind schon unmotivirt; daß aber die Natur der Flüssigkeiten bei den verschiedenen Gesteinen identisch sey, ist a priori gar nicht anzunehmen, nach den bisherigen Untersuchungen von Davy und Sorby sogar nicht wahrscheinlich. Bryson hat nachgewiesen, daß die Gasbläschen bereits bei 35° C. vollständig von der Flüssigkeit absorbirt sind, während sie beim Erkalten bis 29° C. plötzlich wieder erscheinen. Daraus will ich nicht etwa mit ihm den Schluß ziehen, daß das betreffende Gestein niemals über 35° C. erhitzt gewesen sey (ich werde später auf diesen Punkt zurückkommen), wohl aber folgt daraus, mag die Ausscheidung des Quarzes wie auch immer erfolgt seyn, daß nahe vor und nach derselben die Wärmezustände nicht sehr weit voneinander gelegen haben können. Die Differenz ist so gering, daß ich glaube, es könne unter Umständen die beim Krystallisiren der betreffenden Substanz frei werdende Wärme im Stande seyn, den fraglichen Effect zu bewirken. Mag aber auch der Erkaltung der ganzen Masse und der Differenz der Ausdehnungscoëfficienten das Bläschen sein Dasein verdanken, irgend eine bestimmte, hohe oder niedere Temperatur scheint mir nicht dadurch angezeigt zu seyn.

Es ist übrigens bisher unbeachtet gelassen, daß ganz gleiche Flüssigkeitsporen mit Gasbläschen sich bei mineralischen Gebilden wiederfinden, deren Entstehung durchaus keine sehr hohe Temperatur voraussetzt, oder nur wahrscheinlich macht. Gilt dieses schon von den Schemnitzer Quarzen, so gilt es in weit höherem Maafse von den amorphen Kieselbildungen, dem Chalcedon, Achat usw. Vielleicht die ältesten hierher gehörigen Beobachtungen wur-

den bereits zu Ende des vorigen Jahrhunderts von Gantieri angestellt, und er beschreibt die Flüssigkeitsporen mit Gasbläschen aus dem Chalcedon von Vicenza ganz ähnlich denjenigen, welche wir jetzt als so allgemein verbreitet kennen ¹⁾).

Ein größeres Gewicht noch als den Flüssigkeitsporen wäre rücksichtlich der genetischen Erklärung der Gesteine denjenigen Einschlüssen beizulegen, welche von Sorby und Zirkel als Glasporen bezeichnet sind. Ich sehe mich genöthigt, indem ich das Zweifelhafte der darauf bezüglichen Schlusfolgerungen hervorzuheben gedenke, zunächst einige Thatsachen mitzuthellen, welche zur Würdigung der hierher gehörigen objectiven Beobachtungen von Wichtigkeit erscheinen.

Man mag unter dem Mikroskop natürliche Krystalle untersuchen der reinsten Art, man wird selten einen finden, welcher nicht irgend locale Färbungen oder fremdartige Einschlüsse zeigte. Im reinsten Quarz wie im isländischen Kalkspath findet sich hier und da ein gelbes Fleckchen, und man müßte bei der Darstellung künstlicher Krystalle aus wässriger Lösung äußerst sorgsam verfahren, wenn man absolut reine Präparate bekommen wollte.

Von den natürlichen Krystallen zeigt aber wohl kein anderer so verschiedenartige Einschlüsse, wie eben der Quarz, namentlich als Bergkrystall. Das mag zum Theil eine Eigenthümlichkeit des Minerals seyn, zum großen Theil ist es auch seiner Durchsichtigkeit zuzuschreiben, welche jeden fremden Körper so deutlich hervortreten läßt. Zeigt der Quarz die meisten fremdartigen Einschlüsse und Verunreinigungen, so ist andererseits unter diesen letzteren wiederum keine so gemein und leicht erklärlich, wie die durch Eisenoxydhydrat bewirkte gelblich braune Färbung. Man mag einen Bergkrystall oder Feldspath untersuchen woher man will, man wird diese unregelmäßig begränzten Färbungen wiederfinden. Es könnten dieselben leicht für selbständig

1) Gautieri, Untersuchungen über die Entstehung, Bildung und den Bau des Chalcedons. Jena 1800.

umgränzte Einschlüsse gehalten werden, aber nicht selten sieht man, wie dieselben feinen unsichtbaren Spalten folgen, oder wie sie einen Hof um andere dichtere Einschlüsse bilden. Sind viele Flüssigkeitsporen in dem Quarze, so können deren leicht einige in eine solche Färbung fallen, und da die eigentliche Pore von der ersteren verdeckt und nur das Gasbläschen sichtbar wird, da ferner die Beweglichkeit des letzteren bei den Wasserporen nur selten deutlich zu beobachten ist, zumal bei sehr kleinen Poren, so wäre es mindestens ein sehr verzeihliches Versehen, wenn man, nach Glasporen *suchend*, jene Verunreinigungen als solche deutete.

In anderen Fällen wiederum können gewisse mineralische Ausscheidungen für Glasporen angesehen werden. So habe ich z. B. in dem bekannten Kugeldiorit von Corsica, und zwar in der weissen Feldspathmasse desselben viele mikroskopisch kleine Krystalle gefunden, welche ihrer gelblichen Farbe und monoklinoëdrischen Durchschnitte nach zu urtheilen Titanit seyn dürften. Wegen der mannichfachen Durchschnittebenen, oder wenn die Krystalle unvollkommen ausgebildet sind, sieht man aber häufig ganz unregelmäßige Begränzungen, wie dieselben einer Pore eigenthümlich sind ').

Hätte ich zuerst mikroskopische Gesteinsuntersuchungen angestellt, so würde ich jedenfalls niemals auf die Idee gekommen seyn, im Granit, Porphyry oder anderen quarzführenden krystallinischen Gesteinen *Glasporen* gesehen zu haben, jetzt will ich nur sagen, ich habe keine Einschlüsse gesehen, welche nicht auch eine andere Deutung zuließen. Ueber die dorthin gehörigen Erscheinungen aber bei anderen, zumal den eigentlich vulkanischen Gesteinen, werde ich sogleich reden.

Wie man vereinzelt im größeren Maassstabe schon längst die Wasserporen kannte, so hat man auch bereits seit vie-

- 1) Der Polarisations-Apparat kann über die Natur der Einschlüsse schon deshalb nicht entscheiden, weil sich kein Schliff herstellen läßt, wo nicht noch krystallinische Substanz über oder unter der vermeintlichen Glaspore läge.

len Jahren darauf aufmerksam gemacht, daß einzelne aus-
 geschiedene Krystalle häufig von den übrigen Bestandthei-
 len der Gesteine oder der Grundmasse derselben in sich
 einschließen. Orthoklaskrystalle mit Granitmasse im Innern,
 Quarz oder Feldspathkrystalle, welche Porphyrgrundmasse
 umschließen, sind ja mehrfach beschrieben. Es bedurfte
 wieder des Mikroskopes, um die Allgemeinheit dieser Er-
 scheinung darzuthun, und man untersucht nun selten einen
 Gesteinschliff, ohne derartige Umschließungen wahrzuneh-
 men. Es steht aber die Natur der letzteren immer in einer
 nothwendigen Beziehung zum umgebenden Gestein. In
 dem Quarze der Granite finden wir, wie auch Sorby und
 Zirkel hervorheben, eine Menge kleiner fremdartiger, re-
 gelmäßig umgränzter Körper, wahrscheinlich Feldspathkry-
 stalle, oder auch ein krystallinisches Aggregat derselben.
 Im Porphyr, welcher sich bekanntlich auch unter dem Mi-
 kroskope nicht vollständig zu bestimmten Mineralien auf-
 löst, hat die Grundmasse, wo sie von den Quarzkörnern
 umschlossen wurde oder durch Spalten in dieselbe eindrang,
 genau dasselbe unbestimmte, halbkrySTALLINISCHE Aussehen,
 mit schwarzen Körnern (Magnet Eisen?) durchsät, wie in der
 Umgebung des Krystalles. Ebenso ist es bei den basalti-
 schen Gesteinen. Finden sich aber in einem mehr oder
 weniger glasartigen Gestein krystallinische Ausscheidungen,
 wie in den Pechsteinen ¹⁾, den Perlsteinen, gewissen Ob-
 sidianen usw., so sieht man natürlich in den Krystallen
glasartige Einschlüsse, die ich aber doch auch hier nicht
 gern als *Glasporen* bezeichnen möchte. Indessen auf das

- 1) Wenngleich viele Pechsteine unter dem Mikroskope mit kleinen aus-
 geschiedenen Krystallen völlig erfüllt scheinen, so möchte ich doch für
 sie die glasige Grundmasse deshalb nicht fallen lassen. Man kann sich
 in dieser Hinsicht äußerst leicht täuschen. In porösem Glase sieht man
 ein Bläschen dicht am anderen, und es scheint mit der Vergrößerung
 die Anzahl derselben stets zuzunehmen; aber die Glasmasse ist deshalb
 doch nicht nur vorhanden, sondern wahrscheinlich auch dem Volum
 nach noch sehr vorwiegend. Wäre bei dem Pechstein keine Grund-
 masse vorhanden, so wäre es eben eine einheitliche krystallinische Feld-
 spath-Masse, nicht ein regelloses Aggregat unzähliger Krystalle geworden.

Wort kommt nicht viel an, die Verallgemeinerung des Begriffes aber ist von großer Wichtigkeit, und wenn ich soeben meine Bedenken rücksichtlich der praktischen Beobachtungen ausgesprochen habe, welche freilich immer nur eine subjective Geltung haben und beanspruchen, so dürfte dagegen eine theoretische Schwierigkeit von allgemeiner Bedeutung seyn. Ich frage: Wie ist es nach den obigen Erklärungen denkbar, daß im Granit oder Porphyr, mag derselbe gebildet oder erstarrt seyn wie er will, in den Krystallen Einschlüsse von *Glasmasse* zurückbleiben? Dieselben Erstarrungsgesetze, denen die Grundmasse des Gesteines im Allgemeinen folgte, gelten auch für die in den Krystallen enthaltenen Einschlüsse, sie müssen vor allem gleichmäßig auf die letztere angewandt werden. Wenn es schon unerklärlich ist, daß im Granit oder Porphyr bei umgebender *krystallinischer* oder *halbkrySTALLINISCHER* Masse sich *glasige* Einschlüsse finden, so ist es noch weit weniger denkbar, daß der eine dieser Einschlüsse *krystallinisch*, der andere *glasig* erstarrt, daß sich, um mit Sorby zu reden, Glasporen neben Steinporen finden. Die Einschlüsse von Grundmasse repräsentiren ja ihrer Zusammensetzung nach vollständig dasjenige, was auch die Glasporen nur seyn können, nämlich Theile des zur Zeit der Krystallbildung vorhandenen homogenen Magmas, und da wir diese eingeschlossenen Theile der Hauptmasse des Gesteins entsprechend ausgebildet finden, und die theoretische Möglichkeit für Anomalien, wenigstens zur Zeit noch nicht erwiesen ist, so kann ich mich nicht entschließen, die betreffenden Bilder des Mikroskopes in Sorby's Sinne zu deuten.

Fragen wir nach Analogien bei den künstlichen Erstarrungsproducten, so werden wir hier zunächst auf die eigentlichen *Gas-* oder *Dampfporen* geleitet. Diese sind in den Schlacken und Gläsern so charakterisirt, daß man dieselben in den Gesteinen jedenfalls leicht wieder erkennt. Man findet sie in der That bei den Obsidianen und andern unzweifelhaft vulkanischen Producten, ganz ähnlich denen, welche in Fig. 12 und 13 Taf. I aus den Schlacken

dargestellt wurden; in den krystallinischen Gesteinen aber habe ich wohl manche Gebilde gesehen, welche allenfalls leere, oder auch ganz mit Flüssigkeit erfüllte, unregelmäßige Höhlungen seyn konnten, aber die charakteristischen, runden Gasporen der künstlichen Gläser habe ich niemals darin erblickt.

Was bei den sphärolitischen Aggregaten im Glase (Fig. 14 Taf. I) die eingeschlossenen Glastheilchen sind, dasselbe sind die Glaseinschlüsse der Sphärolith-Obsidiane, der Perlsteine, die Einschlüsse von Grundmasse in den ausgeschiedenen Krystallen der Basalte, Dolerite, Pechsteine und Porphyre. Während sphärolitische Concretionen, wie die Schlacken solche zeigen, bei den vulkanischen Gesteinen nicht selten sind, haben sich die Krystalliten der Schlacken, welche übrigens, wie aus meinen Untersuchungen hervorgeht, keineswegs als Residuen des ehemals homogenen Magmas anzusehen sind, bis jetzt noch nirgendwo in der Natur gefunden. Man könnte das als einen Beweis beanspruchen gegen eine feurig-flüssige Erstarrung der Gesteine, wenn man indess den wesentlichen Unterschied in der chemischen Zusammensetzung¹⁾, dem Volum und der Erstarrungsmasse berücksichtigt, so hat ein solcher Einwand doch nur sehr bedingte Geltung.

Bryson führt, wie bereits bemerkt, die Absorption des Gasbläschens in den Wasserporen gegen hohe Temperaturgrade des Gesteins an; allein es können die Erscheinungen, welche wir gegenwärtig regressiv durch unsere Experimente hervorrufen, sehr verschieden seyn von den Wirkungen, welche unter anderen physikalischen Zuständen bei der Bildung der Gesteine in letzteren bedingt wurden. Deshalb dürften auch z. B. die optischen Modificationen, welche Descloiseaux²⁾ an den Feldspath-Auswürflingen der Laacher Vulkane jüngst ermittelt hat, den pyrogenen Charakter der ersteren nicht beeinträchtigen; vielleicht würde

1) Die Schlacken sind bekanntlich meistens noch bedeutend basischer als die Labrador- oder Anorthitgesteine.

2) Vergl. diese Ann. Bd. CXIX, S. 488.

man an den künstlichen Krystallen der Sangerhauser Schmelzöfen dieselben Erscheinungen wahrnehmen. Gleichwie der Schmelzpunkt eines Minerals für sich nicht seinem Erstarrungspunkt aus gemischten Lösungen entspricht¹⁾, und dieser durch verschiedene Umstände modificirt werden kann, so dürfen überhaupt die physikalischen Eigenschaften eines Körpers, welche derselbe für sich betrachtet in einem gewissen Zustande zeigt, nicht als die Bildungsweise desselben entscheidend angesehen werden.

Es sollen jedoch auch diese Grundsätze nicht zum *Refugium ignorantiae* werden, so daß nun Alles was uns heutzutage unerklärlich ist auf ehemals andere physikalische Zustände geschoben würde. Ich bin ein aufrichtiger Verehrer der hydatopyrogenen Theorien, aber ich werde dieselben niemals weiter verfechten, als es mir nach tatsächlichen Beobachtungen zulässig erscheint.

Die meisten Geologen schwanken gegenwärtig wohl nur, ob die Gesteine der Granitfamilie aus einem einstmals homogenen, feurig-wässrig-flüssigen Magma unter starkem Druck erstarrt, oder ob dieselben das Product sind einer langsamer erfolgten Umwandlung sedimentärer Gebilde, wobei erhöhte Temperatur, Druck und Zuführung neuer Bestandtheile in wässriger Lösung als wirksame Agentien nicht ausgeschlossen bleiben; die Entscheidung für die eine oder andere Bildungsweise wäre nach den geognostischen Vorkommnissen local zu modificiren.

Für diese Anschauungen wird auch die Mikrostructur der Gesteine beweisend angeführt und dabei hauptsächlich auf das Vorhandensein von Flüssigkeitsporen mit Gasbläschen neben Einschlüssen von Grundmasse, mögen dieselben nun Glasporen oder wie auch immer heißen, ein Gewicht gelegt. Ob eine derartige Folgerung gerechtfertigt ist, wäre praktisch durch das Experiment erst zu erweisen, theoretisch ist es, wenigstens rücksichtlich der *Erstarrung unter hohem Druck* nicht sehr wahrscheinlich. Zunächst könnte man mit Bryson es auffallend finden, daß in den Flüs-

1) Vergl. Bunsen, D. Geol. G. 1861, XIII, 61.

sigkeitsporen die Gasbläschen stets einen viel kleineren Raum einnehmen, als das Fluidum; es ist aber auch die Frage, ob das umgekehrte Verhältniß ein wahrscheinliches Product liefert. Scheuen wir uns einmal nicht, uns solch ein homogenes Magma deutlich vorzustellen, und vergegenwärtigen wir uns die Vorgänge, welche bei der Erkaltung desselben statthaben können. In einem solchen feurig-wässerigen Fluidum spielt das Wasser ganz dieselbe Rolle wie jeder andere der darin gelösten Körper, und seine Vertheilung ist, abgesehen vom Mengenverhältniß, ganz dieselbe, wie bei gewöhnlichen wässerigen Lösungen. Wenn also irgend ein Mineral aus solchem Magma durch Abnahme der Temperatur ausgeschieden wird, was wird dasselbe in etwaigen Höhlungen einschließen? Ebenso wie Krystalle, welche aus gemischten wässerigen Lösungen abgeschieden werden, in ihren Poren stets das Lösungsmittel nebst den übrigen gelösten Substanzen enthalten, wie man z. B. in Krystallen von schwefelsaurem Natron, wenn sie aus heißer Kupfervitriollösung anschließen, deutlich Höhlungen mit wässriger Lösung und dem ausgeschiedenen Kupfersalz erkennen kann, so müßten auch aus jenen wasserhaltigen Silicatmagmen die Krystalle in ein und derselben Pore das Wasser mit der mineralischen Substanz, chemisch gebunden oder in freiem Zustande, zusammen enthalten. Dafs in den Krystallen hier eine Pore mit wässriger Flüssigkeit, dort eine mit Mineralsubstanz umschlossen werden soll, dieß dürfte, wie gesagt, nicht der wahrscheinliche Erfolg seyn.

Vielleicht sind die Erscheinungen der Mikrostructur einer langsamen Metamorphose günstiger, oder es stehen dieselben nur zum Theil in Beziehung zur originären Bildungsweise der Gesteine. In jedem Fall wäre die mikroskopische Untersuchung künstlicher metamorphischer Gebilde, wie sie von Sénarmont, Daubrée und Délesse dargestellt sind, sehr zu wünschen.

Das Auftreten von Flüssigkeitsporen neben mineralischen Einschlüssen, vorzüglich neben Einschlüssen von

Grundmasse des betreffenden Gesteins, sowie das Vorherrschen der Flüssigkeitsporen in einzelnen Mineralien, bleibt immerhin ein sehr beachtenswerther Punkt, aber dafs auch die Mikrostructur der Mineralien eine vielseitige Deutung zulasse, und mit diesen Beobachtungen die alte Frage nach der Entstehung und Ausbildung der krystallinischen Gesteine keineswegs als abgeschlossen zu betrachten sey, dieses ist es, was ich durch die vorangehenden Mittheilungen vorzüglich darzuthun wünschte.

Bonn, 23. October 1863.

V. Einige Versuche über die Abhängigkeit der Stärke temporärer Magnete von der Gröfse der magnetisirenden Kraft;
von Dr. G. v. Quintus Icilius in Hannover.

Nachdem Hr. Professor Müller gezeigt hat ¹⁾, dafs das magnetische Moment eines Elektromagnets keineswegs, wie man früher glaubte, der Gröfse der magnetisirenden Kraft proportional ist, sondern beim Wachsen der letztern sich einem Gränzwerthe nähert, hat Hr. Professor Weber ²⁾ die Resultate der auf die Scheidungstheorie gestützten von Hrn. Professor Neumann ³⁾ entwickelten Theorie der Magnetisirung nach der Drehungstheorie modificirt.

Die von Hrn. Professor Weber angestellten Versuche stimmen sehr gut mit der von ihm entwickelten Formel überein, welche das magnetische Moment eines Rotationsellipsoïdes als Function der magnetisirenden Kraft mit Hilfe

1) Müller, Bericht über die neuesten Fortschritte der Physik S. 494.

2) Weber, Elektrodynamische Maafsbestimmungen, insbesondere über Diamagnetismus S. 570.

3) Crelle's Journal für reine und angewandte Mathematik Bd. 37 S. 21.

zweier von der Natur des Eisens und einer von dessen Form abhängenden Constanten darstellt.

Als ich indess einige von mir angestellte und etwas weiter ausgedehnte Versuchsreihen mit derselben Formel verglich, ergaben sich solche Differenzen, daß daraus auf eine Unzulänglichkeit der Formel zu schliessen war. Zugleich stellte sich der bisher anscheinend¹⁾ nicht beachtete Umstand heraus, daß bei allmählich steigender Gröfse der magnetisirenden Kraft der Magnetismus *zuerst langsam, dann rascher* wächst, um *zuletzt wieder langsamer* zuzunehmen und dem Gränzwerthe sich zu nähern. Dieses möge die Mittheilung der folgenden Versuche rechtfertigen.

Da es bekannt ist, daß dünne Eisenstäbe dem Maximum des Magnetismus sich rascher nähern als dickere, und da die Theorie von Neumann und Weber sich zunächst auf Ellipsoide bezieht, so wurden dünne Eisenstäbchen benutzt, welche soweit als thunlich die Form von Rotationsellipsoiden erhalten hatten, und nach der Bearbeitung sorgfältig ausgeglüht waren.

Ein solches Stäbchen wurde in die Mitte einer Magnetisirungsspirale gebracht, welche senkrecht gegen den magnetischen Meridian östlich oder westlich von einem Magnetometer aufgestellt war, und deren Länge stets die des Stäbchens erheblich übertraf. Auf der entgegengesetzten Seite war vorher eine Compensationsspirale so aufgestellt, daß wenn diese und die Magnetisirungsspirale von dem stärksten der in der Versuchsreihe vorkommenden Ströme durchflossen wurden, die Magnetometernadel nicht oder nur wenig abgelenkt wurde. Durch Messung des etwaigen Uebergewichts der einen oder der andern Spirale vor und nach jedem einzelnen der magnetischen Versuche konnten diese wegen der nicht ganz vollständigen Compensation corrigirt werden. Der magnetisirende Strom wurde ferner durch einen östlich oder westlich von einem zweiten Magnetometer aufgestellten Multiplicator geleitet und so dessen Intensität nach absolutem Maafse bestimmt. Meistens wurden beide Magnetometer gleichzeitig beobachtet, nur wenn ich

1) Siehe die Schlussnote S. 141.

der Hülfe eines zweiten Beobachters entbehren mußte, diente das Mittel aus Beobachtungen am zweiten Magnetometer vor und nach der am ersten als Maass der Stromstärke. Aus dieser in Verbindung mit den Dimensionen und der Windungszahl der Magnetisirungsspirale wurde die Gröfse der magnetisirenden Kraft berechnet, während die Ablenkung des ersten Magnetometers und der Abstand der Magnetisirungsspirale von demselben das magnetische Moment des Stäbchens ebenfalls nach absolutem Maasse ergaben. Streng genommen wurden übrigens nur die Aenderungen beobachtet, welche das magnetische Moment des Stäbchens durch Umkehr der magnetisirenden Kraft erlitt.

Das Verhalten langgestreckter Ellipsoide, welches sich aus mehreren mit verschiedenen Stäbchen angestellten Versuchsreihen im Allgemeinen übereinstimmend ergab, möge zunächst die folgende Versuchsreihe erläutern. Das Stäbchen hatte eine Länge von 350^{mm} und wog 6293^{gr} bei einem spec. Gew. = 7,65, woraus sich der Aequatorialdurchmesser zu $2^{\text{mm}},12$ berechnet. Die magnetisirende Kraft ist durch X und der auf die Volumeinheit reducirte Magnetismus durch m bezeichnet, während die vorgesetzten Ordnungszahlen die Reihenfolge der Versuche angeben.

No.	X	m	m ber. 1	Diff.	m ber. 2	Diff.
1	235,5	10062	10062	0	8383	+ 1679
2	479,2	10853	11949	— 1096	10913	— 60
16	773,5	11155	12468	— 1213	11924	— 769
3	960,6	11518	12619	— 1101	12080	— 562
4	1364,8	11895	12772	— 877	12271	— 376
5	1748,8	12180	12850	— 670	12385	— 205
15	2061,6	12332	12891	— 559	12424	— 92
6	2071,6	12367	12892	— 525	12426	— 59
7	2477,9	13146	12927	+ 219	12461	+ 685
8	3009,3	12730	12958	— 228	12492	+ 238
14	3041,0	12754	12960	— 206	12493	+ 261
9	3492,0	12917	12978	— 61	12510	+ 407
10	3892,5	12966	12990	— 24	12522	+ 444
13	3999,6	12913	12994	— 82	12524	+ 378
11	4257,8	12909	12999	— 90	12529	+ 380
12	4569,9	13009	13009	0	12533	+ 476

Berechnet man m nach Weber's Formel, indem man die beiden von der Beschaffenheit des Eisens abhängigen Constanten derselben aus der ersten und zwölften Beobachtung bestimmt, so erhält man für diese (nach Weber's Bezeichnung a. a. O.) $n\mu = 13092$ und $D = 151,48$, und damit die in der vierten Columne unter „ m ber. 1.“ aufgeführten Werthe nebst den in der fünften Columne folgenden Differenzen derselben und der beobachteten Werthe.

Das gleiche Vorzeichen aller dieser Differenzen (mit Ausnahme von No. 7, wo offenbar ein außerordentlicher Fehler vorgekommen ist), der regelmässige Gang derselben und ihre wenigstens bei niedern Werthen von X die Beobachtungsfehler weit übersteigende Grösse zeigen deutlich, daß diese Beobachtungen durch die Formel nicht darzustellen sind. Namentlich ersieht man, daß die beobachteten Werthe sich weit langsamer dem Gränzwerte nähern, als die berechneten. Durch andere Werthe für die Constanten der Formel kann man zwar die Grösse der Differenzen vermindern, es bleibt aber die allgemeine Regelmässigkeit in deren Gange, wie dieses die in der sechsten und siebenten Columne stehenden Zahlen zeigen, denen die aus sämtlichen Beobachtungen nach der Methode der kleinsten Quadrate berechneten Constanten $n\mu = 12607$ und $D = 216,14$ zu Grunde liegen.

Die Curve AA Fig. 1 Taf. III stellt die Beobachtungen graphisch dar, indem die Werthe von X als Abscissen, die von m als Ordinaten aufgetragen sind, während die Curve BB die berechneten Werthe versinnlicht. Zwischen 0 und 200 würde AA sehr rasch steigen, hier fast plötzlich umbiegen, um dann zwar langsamer aber doch noch immer merklich zu steigen, in der Curve der berechneten Werthe tritt zwar auch eine sehr starke Krümmung hervor, doch ist sie minder plötzlich und tritt erst in der Nähe von $X = 600$ ein.

Auch das Verhalten weniger gestreckter Ellipsoide läßt sich bei hinlänglicher Ausdehnung der Versuche ebenso wenig durch die Formel darstellen, wie die folgenden Beob-

achtungen an einem Ellipsoide von 100,5^m Länge und 5,21^m Aequatorialdurchmesser zeigen.

No.	X	m	m ber.	Diff.	$\frac{m}{X}$
22	274,9	2647	3104	— 457	9,67
1	304,0	2924	3405	— 481	9,66
21	553,0	5503	6047	— 544	9,99
2	592,8	5889	6425	— 536	9,98
3	896,4	8743	8722	+ 21	9,80
20	1058,4	10040	9639	+ 401	9,53
4	1180,7	10894	10229	+ 665	9,27
5	1458,3	12079	11324	+ 755	8,32
6	1701,0	12713	12079	+ 634	7,51
19	1965,8	13142	12750	+ 392	6,71
7	1983,4	13232	12790	+ 441	6,70
8	2227,9	13566	13298	+ 268	6,12
9	2445,5	13818	13685	+ 133	5,67
10	2660,1	14045	14018	+ 27	5,30
18	2851,0	14262	14283	— 21	5,00
11	2858,9	14262	14293	— 31	4,99
12	3052,3	14437	14533	— 96	4,75
13	3187,0	14707	14687	+ 20	4,63
17	3663,1	14877	15177	— 300	4,08
14	3793,2	14976	15266	— 290	3,97
15	4136,7	14875	15531	— 656	3,70
16	4436,4	15537	15734	— 197	3,52

Den berechneten Werthen liegen die nach der Methode der kleinsten Quadrate aus allen Beobachtungen bestimmten Constanten $n\mu = 19090$ und $D = 545,68$ zu Grunde. Die Curven CC und DD Fig. 1 Taf. III stellen resp. die beobachteten und die berechneten Werthe von m dar.

Ueberblickt man die in der sechsten Columnne hinzugefügten Werthe von $\frac{m}{X}$, so sieht man, daß dieselben von No. 21 an regelmäsig bis zum Ende hin, zuerst langsam, dann rascher und zuletzt wieder langsamer, abnehmen, aber

die beiden ersten Werthe sind kleiner als der dritte und die zunächst folgenden; obwohl die Unterschiede nur klein sind, so scheinen sie doch ausserhalb der Gränze der Beobachtungsfehler zu liegen, auch zeigte sich in andern Versuchsreihen das nämliche Verhalten.

Es schien daher nicht überflüssig zu seyn, die Wirkung schwächerer magnetisirender Kräfte zu beobachten. Da dann jedoch die magnetischen Ablenkungen, wenn man den Abstand vom Magnetometer nicht unzumuthbar klein wählt, zu gering werden, um genaue Resultate zu geben, so war die bisherige Methode hierzu nicht wohl mehr anwendbar. Es bot sich aber in den Inductionswirkungen des entstehenden und verschwindenden Magnetismus eines Eisenstäbchens auf eine dasselbe umschliessende Spirale ein anderer, und wie der Erfolg zeigte, im vorliegenden Falle besserer Maassstab der magnetischen Momente dar.

Zu diesem Zwecke wurde das Eisenstäbchen in die Mitte einer Spirale gebracht, welche selbst wieder von einer zweiten Spirale umschlossen war. Die eine derselben diente als Magnetisirungsspirale, und wurde mit einer galvanischen Batterie, dem Multiplicator auf der Ost- oder Westseite eines Magnetometers und einem Commutator verbunden, die andere, als inducirte Spirale dienend, war durch den Multiplicator eines Spiegelgalvanometers mit kräftiger Dämpfung geschlossen.

Wird nach Herstellung eines Stromes von der Intensität i_0 , während noch kein Eisenstäbchen eingelegt ist, der Commutator umgestellt, so inducirt die erste Spirale in der zweiten eine mit i_0 proportionale elektromotorische Kraft Ai_0 , und der dadurch hervorgerufene momentane Strom ertheilt der Galvanometernadel eine Geschwindigkeit a , die durch Beobachtung der Nadelelongation in bekannter Weise¹⁾ zu bestimmen ist.

Ist dagegen ein Eisenstäbchen in der Spirale, so wird, wenn B eine Constante bezeichnet, die auf das Stäbchen

1) Weber, Elektrodynamische Maassbestimmungen, insbesondere Widerstandsmessungen S. 345.

wirkende magnetisirende Kraft durch Umkehr eines Stromes von der Intensität i um $2Bi$, oder das magnetische Moment des Stäbchens um $2M = 2KBi$ geändert, worin K ein in Wahrheit mit i veränderlicher Factor ist, der nach Neumann's Theorie und mit Beibehaltung der von Weber in der schon mehrfach citirten Abhandlung gebrauchten Bezeichnung den constanten Werth $\frac{KV}{1+4\pi SK}$ haben sollte.

Bezeichnet endlich C eine dritte Constante, so ist die gesammte jetzt durch eine Stromumkehr inducirte elektromotorische Kraft $= (A + BCK)i$, und wenn b die Geschwindigkeit bezeichnet, welche der durch diese Kraft erzeugte momentane Strom der Galvanometernadel ertheilt, so hat man:

$$a : b = A i_0 : (A + BCK)i,$$

woraus

$$BK = \frac{A}{C} \left(\frac{bi_0}{ai} - 1 \right)$$

oder

$$M = \frac{A}{C} \left(\frac{bi_0}{a} - i \right)$$

folgt, worin M das magnetische Moment ist, welches die magnetisirende Kraft $X = Bi$ im Eisenstäbchen hervorruft. Bezeichnet noch V das Volum des letztern, so ist:

$$\frac{m}{X} = \frac{A}{BCV} \left(\frac{bi_0}{ai} - 1 \right)$$

Der constante Factor $\frac{A}{C}$ kann in ähnlicher Weise wie B aus den Dimensionen und den Windungszahlen der Spiralen und der Länge des Eisenstäbchens berechnet werden; oder man kann ihn experimentell bestimmen, indem man den Werth von $\frac{bi_0}{a} - i$, und dann bei so weit als thunlich gleicher Stromstärke den Winkel beobachtet, um welchen der Elektromagnet aus einem gemessenen Abstände eine Magnetometernadel ablenkt, woraus man M direct, und daraus $\frac{A}{C}$ durch Division mit $\frac{bi_0}{a} - i$ bestimmt. Meistens sind im Folgenden beide Methoden befolgt, und ist das

Mittel der in der Regel wenig differirenden Werthe der Rechnung zu Grunde gelegt.

Nur bei Anwendung kürzerer Spiralen ist die Berechnung von C , und bei sehr dünnen Spiralen die Abmessung ihrer innern und äußern Radien ziemlich unsicher, in solchen Fällen ist daher allein der durch Beobachtung bestimmte Werth von $\frac{A}{C}$ benutzt. Uebrigens hat die Kennt-

niss desselben für den vorliegenden Zweck nur da Interesse, wo die mit verschiedenen Spiralen erhaltenen Resultate mit einander zu vergleichen sind.

Die Bestimmung der Geschwindigkeiten a und b läßt sich mit großer Schärfe ausführen, und indem man je nach den Umständen sich der Methode der Multiplication oder der Methode der Zurückwerfung bedient, kann man an demselben unveränderten Instrumente sehr weit auseinanderliegende Geschwindigkeiten mit fast gleicher Genauigkeit messen.

Die so angestellten Versuche bestätigten nun in der That das in der letzten Reihe angedeutete Vorhandenseyn eines Maximumwerthes des Quotienten $\frac{m}{X}$; die Beobachtungen an dem zuletzt besprochenen Ellipsoide ergaben folgende Zahlen:

No.	X	$\frac{m}{X}$	m	m ber.	Diff	$\frac{m}{X}$ ber.
1	6,6	6,71	43,3	72,3	— 29,0	10,96
2	16,1	6,79	107	176	— 67	10,96
3	48,2	7,09	334	529	— 195	10,97
4	108,0	7,92	836	1189	— 353	11,01
5	156,9	8,53	1308	1734	— 426	11,05
6	250,1	8,95	2188	2792	— 604	11,16
7	293,4	9,70	2777	3287	— 510	11,19
8	314,5	9,83	3021	3555	— 537	11,31
9	349,8	10,25	3504	3923	— 419	11,22
10	504,8	10,18	5022	5583	— 561	11,06
11	639,6	10,22	6389	6877	— 488	10,75
12	758,3	10,24	7590	7785	— 195	10,27
13	863,2	10,16	8575	8517	+ 58	9,87

Auch hier ergibt sich ein in der Nähe von $X = 600$ liegendes Maximum von $\frac{m}{X}$ wie in der vorhergehenden Tafel, dessen Werth hier allerdings etwas gröfser als dort zu seyn scheint. Um deshalb die absoluten Werthe von m mit den früher erhaltenen (zwischen beiden Beobachtungsreihen war mehr als ein Jahr verstrichen) besser vergleichbar zu machen, sind die aus diesen Versuchen unmittelbar erhaltenen Zahlen mit dem Reductionsfactor 0,9775 multiplicirt worden, der sich aus der Vergleichung der Mittelwerthe von $\frac{m}{X}$ einerseits aus No. 10 und 11 dieser Tafel, und andererseits No. 21 und 2 der vorhergehenden ergab, welche beide dem Werthe $X = 572$ entsprechen; in der vierten Columnne sind die so reducirten Werthe aufgeführt, während der dritten Columnne der aus den Abmessungen an der Spirale für $\frac{A}{C}$ berechnete Werth zu Grunde gelegt ist. Die fünfte und sechste Columnne sind auch hier aus der Formel mit den Werthen der Constanten berechnet, die die vorhergehende Tafel ergeben hatte. Die daraus hervorgegangene siebente Columnne zeigt zwar, dafs die Formel ebenfalls einen Maximumwerth für $\frac{m}{X}$ ergibt, indess ist die Aenderung dieses Quotienten vor dem Maximum nach der Beobachtung weit beträchtlicher als nach der Rechnung.

Nach letzterer sollte die Lage desselben von der Form des Eisens unabhängig seyn, nämlich allgemein beim Werthe $X = D 0,6262$ eintreten. Die nachfolgenden Versuchsreihen zeigen aber, dafs es bei um so niedrigeren Werthen der magnetisirenden Kraft eintritt, je gestreckter das Ellipsoid ist; auch tritt es dann um so entschiedener hervor, wenngleich es auch noch, wie die unter No. 3 folgenden Zahlen zeigen, bei sehr stumpfen Ellipsoiden angedeutet ist.

Die in den folgenden drei Versuchsreihen benutzten Ellipsoide waren von demselben Eisenstücke genommen, und zwar waren sowohl No. 1 als No. 3 aus zwei Ellip-

solden hergestellt, welche ursprünglich dieselben Dimensionen wie No. 2 hatten, und deren Untersuchung fast die nämlichen Zahlen wie No. 2 ergeben hatte, so daß die in den folgenden Tafeln hervortretenden beträchtlichen Unterschiede nicht etwa auf Rechnung einer Verschiedenheit der Substanz, sondern wesentlich auf Rechnung der Form gesetzt werden müssen. Die Polaraxe ist durch l , die Aequatorialaxe durch d bezeichnet.

No. 1			No. 2		
$l = 199\text{mm}$			$l = 200\text{mm}$		
$d = 1,97\text{mm}$			$d = 20\text{mm},41$		
No.	X	$\frac{m}{X}$	No.	X	$\frac{m}{X}$
1	2,7	27,1	1	2,7	3,88
2	6,3	33,7	2	6,2	4,01
3	16,6	52,4	3	18,6	4,17
4	31,2	67,0	4	30,9	4,22
5	38,6	70,8	5	37,8	4,23
6	54,0	72,9	6	55,8	4,27
11 ¹⁾	55,2	72,9	7	68,4	4,35
7	63,2	73,4	8	74,5	4,36
8	74,7	73,5	11 ¹⁾	76,4	4,36
9	84,7	73,0	9	95,5	4,34
12	84,7	69,8	10	99,3	4,36
10	91,5	70,8	12	142,6	4,41
13	144,7	60,7	13	188,0	4,46
14	235,0	47,2	14	227,2	4,49
15	364,0	32,8	15	260,6	4,52
			16	278,7	4,50
			17	325,2	4,48
			18	361,5	4,47

1) Von diesen Beobachtungen an worden die beiden Spiralen in ihren Functionen vertauscht, so daß die Constanten andere Werthe erhielten; durch Vergleich von resp. 6 und 11, und 8 und 11 wurde aber der zweite Theil jeder Reihe auf den ersten reducirt.

No. 3

 $l = 51^{\text{mm}}$ $d = 19^{\text{mm}},84$

No.	X	$\frac{m}{X}$
1	28,1	0,564
2	68,5	0,566
3	135,5	0,593
4	230,1	0,595
5	272,7	0,591
6	285,4	0,595
7	311,6	0,589
8	377,0	0,577
9	418,1	0,626
10	536,9	0,601
11	767,9	0,604
12	983,3	0,615
13	1170,5	0,629

Beiläufig zeigen diese Versuche sehr schlagend den Einfluß der Form eines Elektromagnets auf die Stärke des durch eine gleiche magnetisirende Kraft in der Volumeinheit erregten Magnetismus, obwohl es beim gegenwärtigen Stande unserer Kenntnisse zu früh seyn möchte, daraus ein bestimmtes Gesetz in dieser Beziehung ableiten zu wollen. Selbst das läßt sich jetzt noch nicht einmal sagen, ob, wie wohl wahrscheinlich seyn dürfte, der Gränzwertb von m von der Form unabhängig und bis auf kleine durch Substanzverschiedenheiten bedingte Unterschiede für alle Eisensorten derselbe ist.

Um übrigens einen Versuch wenigstens zu machen, ob sich nicht schon jetzt einige einfache Beziehungen auffinden ließen, habe ich versucht, die Formel des Hrn. Professor Weber empirisch so abzuändern, daß sie eine soweit als möglich ausgedehnte Reihe von Beobachtungen hinlänglich genau darstellt, und dann diese Formel auf eine zweite Reihe anzuwenden. Ich wählte dazu die schon angeführten Beobachtungen an dem spitzen Ellipsoide, $l = 350$, $d = 2,12$, und an dem stumpfern, $l = 100,5$, $d = 5,24$,

vervollständigte aber die ersteren noch nach unten hin durch zwei Versuchsreihen nach der Methode der Induction. Diese beiden Reihen ergaben:

No.	X	$\frac{bi_0}{a} - i$	m
1	634,41	201,78	11064
2	518,88	198,10	10863
3	402,64	193,15	10591
4	272,28	185,68	10181
5	136,12	163,28	8953
6	115,78	154,14	8452
7	80,22	126,95	6961
8	60,84	96,47	5290
9	46,45	66,36	3639
10	40,68	52,30	2868
11	30,10	26,64	1461

und

No.	X	$\frac{bi_0}{a} - i$	m
12	262,43	887,20	10070
13	168,55	843,94	9579
14	59,66	511,59	5807
15	24,38	88,52	1005
16	15,43	36,29	412
17	10,81	21,37	243
18	9,14	17,40	197
19	5,41	9,17	104

Um die in der letzten Columnne aufgeführten absoluten Werthe von m zu erhalten, wurden mehrere Beobachtungen der frühern Reihe, welche den Werthen $X = 634,41$ und $X = 518,88$ nahe lagen, durch eine Interpolationsformel verbunden, und daraus m für diese beiden Werthe berechnet; es ergaben sich daraus für den in der ersten Gruppe anzuwendenden Reductionsfactor die beiden Werthe 54,753 und 54,915, deren Mittel benutzt wurde. Ebenso wurde mit der letztern Gruppe verfahren, wodurch für $X = 262,43$ und $X = 168,55$ der Reductionsfactor resp.

11,434 und 11,266 gefunden wurde, deren Mittel zur Reduction der zweiten Gruppe genommen wurde.

Die Curve *EE* Fig. 1 Taf. III stellt den Anfang der beobachteten Curve vor, nur ist hier die Abscissenaxe vertical von unten nach oben gelegt, und die rechts und oben an der Tafel stehenden Zahlen gelten hier, während die unten und links stehenden sich auf die übrigen Curven beziehen.

Ordnet man sämtliche an diesem Ellipsoide angestellte Beobachtungen nach der Gröfse von *X*, so erhält man folgende Tafel.

<i>X</i>	<i>m</i>	<i>m</i> ber.	Diff.
4569,9	13009	12865	+ 144
4257,8	12909	12848	+ 61
3999,6	12912	12831	+ 81
3892,5	12966	12823	+ 143
3492,0	12917	12787	+ 140
3041,0	12754	12730	+ 24
3009,3	12730	12726	+ 4
2477,9	13146	12626	+ 520
2071,6	12367	12487	- 120
2061,6	12332	12483	- 151
1748,8	12180	12332	- 152
1364,8	11895	12042	- 147
960,6	11518	11551	- 33
773,5	11155	11253	- 98
634,4	11064	11023	+ 41
518,9	10863	10850	+ 13
479,2	10853	10798	+ 55
402,7	10591	10701	- 110
272,3	10181	10426	- 245
262,4	10070	10384	- 314
235,5	10062	10043	+ 19
168,6	9579	9578	+ 1
136,1	8953	8991	- 38
115,8	8452	8471	- 19
80,2	6961	6923	+ 38
60,8	5290	5278	+ 12

X	m	m ber.	Diff.
59,7	5807	5158	+ 649
46,5	3639	3526	+ 113
40,7	2868	2757	+ 111
30,1	1461	1496	- 35
24,4	1005	971	+ 34
15,4	412	426	- 14
10,8	243	244	- 1
9,14	197	195	+ 2
5,41	104	104	0

Als geeignete Formel, der Weber'schen möglich nächstkommend, ergab sich

$$m = \frac{AX}{\sqrt{XX+DD}} \cdot \frac{X^6 + a\alpha X^4 + b^4 XX + c^6}{X^6 + \alpha\alpha X^4 + \beta^4 XX + \gamma^6}$$

Nach dieser sind die in der dritten Columne stehenden Zahlen berechnet, indem den Constanten die Werthe gegeben waren: $A=12981$, $D=908,52$, $a=527,30$, $b=207,66$, $c=96,392$, $\alpha=243,30$, $\beta=102,02$, $\gamma=92,664$.

Stellt man ebenso die an dem stumpfern Ellipsoide beobachteten Zahlen nach der GröÙe von X geordnet zusammen, so erhält man:

X	m	m ber.	Diff.
4436,4	15537	15167	+ 370
4136,7	14875	15053	- 178
3793,2	14976	14896	+ 80
3663,1	14877	14828	+ 49
3187,0	14707	14525	+ 182
3052,3	14437	14423	+ 14
2858,9	14262	14255	+ 7
2851,0	14262	14251	+ 11
2660,1	14045	14060	- 15
2445,5	13818	13819	- 1
2227,9	13566	13534	+ 32
1983,4	13232	13152	+ 80
1965,8	13142	13121	+ 21
1701,0	12713	12882	- 169

X	m	m ber.	Diff.
1458,3	12079	11921	+ 158
1180,7	10894	10729	+ 165
1058,4	10040	9978	+ 62
896,4	8743	8740	+ 3
863,2	8575	8456	+ 119
758,3	7590	7484	+ 106
639,6	6389	6350	+ 39
592,8	5889	5883	+ 6
553,0	5503	5483	+ 20
504,8	5022	4995	+ 27
349,8	3504	3411	+ 93
314,5	3021	3048	- 27
304,0	2924	2940	- 16
293,0	2777	2827	- 50
274,9	2647	2639	+ 8
250,1	2188	2383	- 195
156,9	1308	1420	- 112
108,0	836	911	- 75
48,2	334	352	- 18
16,1	107	109	- 2
6,6	43,3	44,4	- 1,1

Indem die obige Formel auf diese Zahlen angewandt wurde, ergaben sich die Constanten, mit denen die berechneten Werthe von m erhalten wurden: $A = 16064$, $D = 1815,7$, $a = 176,68 \cdot \sqrt{-1}$, $b = 1256,3$, $c = 510,83$, $\alpha = 638,22$, $\sqrt{-1}$, $\beta = 1218,2$, $\gamma = 534,85$.

Zwischen diesen und den auf das spitzere Ellipsoid bezüglichen Zahlen tritt freilich keine einfache Beziehung hervor, indess scheint die Form der Formel ziemlich geeignet zur Darstellung des Ganges der Function; jedenfalls stellt sie denselben besser dar, als mehrere andere Formen, die ich in dieser Beziehung versuchsweise anwandte.

Zur Anstellung der vorliegenden Versuche hatten folgende Erwägungen die erste Veranlassung gegeben. Aus Hrn. Prof. Weber's im Eingang citirter Abhandlung geht

hervor, daß das Stattfinden eines Gränzwertthes für den Magnetismus, welches mit der Scheidungstheorie schwer vereinbar ist, der Drehungstheorie und der damit in Verbindung stehenden Hypothese der Molecularströme von Ampère eine hohe Wahrscheinlichkeit verleiht. In der That muß dieser Gränzwertth eintreten, wenn die Axen sämmtlicher Molecularströme eines Eisenstückes einander parallel gerichtet sind, und diesem Zustande muß man sich asymptotisch nähern, wenn man nach und nach stärker werdende magnetisirende Kräfte auf einen Eisenstab wirken läßt.

Bedenkt man aber noch, daß die Bahnen der hypothetischen Molecularströme des Eisens durch den Eintritt einer magnetisirenden Kraft einer Induction ausgesetzt werden, daß die dadurch eintretenden Aenderungen der Molecularströme, da *diesen* der Theorie nach kein Widerstand entgegenwirkt, bis zum Eintritte einer neuen Induction fort-dauern, und daß die Intensität derselben proportional mit der Größe der magnetisirenden Kraft wächst, während ihre Richtung die entgegengesetzte von der ist, in welche die schon vorhandenen Molecularströme von derselben Kraft gedreht werden: so läßt sich vermuthen, daß bei Anwendung hinlänglich großer Kräfte der Gränzwertth nicht allein erreicht, sondern sogar in der Art überschritten wird, daß eine fernere Steigerung der magnetisirenden Kraft den Magnetismus wieder schwächt. Mit andern Worten man darf erwarten, daß auch das Eisen sich ähnlich verhält, wie Baumrinde, Kohle u. a. Körper, welche nach den Beobachtungen des Hrn. Prof. Plücker ¹⁾ durch schwache magnetisirende Kräfte *magnetisch*, durch starke *diamagnetisch* werden, nur daß der Diamagnetismus des Eisens sich zunächst in einer Abnahme des Magnetismus zeigen würde.

Wie jedoch die vorliegenden Versuche zeigen, ist bei der Größe, bis zu der ich die magnetisirenden Kräfte steigern konnte, noch keine Andeutung eines solchen Verhaltens zu bemerken. Auch ein Eisendrath von 400^{mm} Länge

1) Diese Annalen Bd. 75 S. 413

und nur 0^{mm},88 Durchmesser, den ich nach der Methode der Induction untersuchte, gab nur negative Resultate. Der starken Erhitzung wegen, welche die Spiralen durch die starken Ströme erlitten, und welche namentlich den Leitungswiderstand der inducirten Spirale änderte, wurde zwischen der inducirenden und der inducirten Spirale ein Wasserstrom durchgeführt, der die Temperatur der letztern constant erhielt. Die Messung der Inductionswirkungen wurde dadurch erheblich genauer, allein bei steigender magnetisirender Kraft bis zu 4180 nahm der Magnetismus auch dieses dünnen Drahtes noch immer etwas zu.

Berücksichtigt man, dafs die sämmtlichen von mir gebrauchten Magnetisirungsspiralen mehrere Tausend Umwindungen hatten, und dafs bis 32 grofse Eisenzinkbecher zur Stromentwicklung benutzt wurden, so scheinen die gegenwärtigen Magnetisirungsmittel bei Weitem nicht zu einer solchen Steigerung auszureichen, bei der man den Nachweis der vermutbeten Umkehr des Magnetismus, falls dieselbe überhaupt stattfindet, hoffen dürfte.

Schliesslich sey noch die Bemerkung gestattet, dafs einige Versuche, bei welchen indefs die inducirte Spirale nicht künstlich abgekühlt war, zu ergeben schienen, dafs dasselbe Eisenstäbchen nach mehrmaligem Ummagnetisiren einen schwächern Magnetismus durch eine gleiche Kraft wie vorher annehme, also auch am weichen Eisen die von Hrn. Prof. Beetz am harten Stahl beobachtete ¹⁾ Erscheinung eintrete. Genauere Versuche indefs unter Benutzung des abkühlenden Wasserstroms liefsen selbst nach 1000maligem Ummagnetisiren keine merkliche Veränderung wahrnehmen.

1) Diese Annalen Bd. 111, S. 107.

Schlussnote. Die Correctur des Bogens benutzte ich zur Verbesserung eines beim Niederschreiben begangenen Irrthums. Hr. Prof. Wiedemann hat den S. 126 genannten Umstand schon (diese Ann. Bd. 117 S. 193) hervorgehoben. Da er sich jedoch verhältnissmässig dickerer Stäbe bedient hat, als ich, so sind die Werthe der von ihm mit q bezeichneten Quotienten nicht in dem Grade von einander verschieden, wie dieses z. Th. in den Versuchsreihen S. 127 der Fall ist.

VI. *Ueber den Unterschied der auf der Palette des Malers entstehenden Mischfarben und der auf dem Farbenkreisel hervortretenden;*
 von H. W. Dove.

(Aus d. Monatsberichten d. Akad. 1863, Nov., nebst einigen Zusätzen.)

Wenn man ein tief rothes Glas auf ein intensiv grünes legt, so erhält man eine Verdunkelung des Lichtes, welche man schliesslich als schwarz bezeichnen muss. Ich besitze wenigstens zwei solcher Gläser, welche für sich äusserst durchsichtig auf einander gelegt bei gewöhnlichem Tageslicht den Eindruck machen, als wenn man ein Brett vor das Auge hielte. Nun ist aber von selbst einleuchtend, dass wenn die durch das rothe Glas gehenden Strahlen in derselben Richtung auf das Auge fielen, wie die, welche durch das rothe hindurch gehen, ohne gegenseitiger Absorption unterworfen zu werden, die Netzhaut nothwendig erregt werden müsste, wir also Licht sehen würden. In der That betrachtet man ein Gypsplättchen von $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{3}$ Undulation Gangunterschied in einem Polarisationsapparat durch ein grosses Kalkspathrhomboëder, so sieht man das Doppelbild einer durch weisses Licht beleuchteten Oeffnung roth und grün, und, wenn die Oeffnung dem Auge genähert wird, an Stelle des Uebergreifens das weisse Licht vollständig wiederhergestellt. Grün und Roth kann also einmal Schwarz, ein andermal Weiss geben, ein Unterschied, wie er nicht grösser gedacht werden kann. Dieser extreme Fall berechtigt zu der Vermuthung, dass möglicher Weise in ähnlichen Absorptionerscheinungen der Grund zu suchen sey, dass die auf dem Farbenkreisel aus abwechselnd verschieden gefärbten gleichen Sektoren entstehenden Mischfarben stets andere sind, als die aus denselben Pigmenten durch directe Mischung auf der Palette erhaltenen. Der Unterschied ist zu gross, um ihn einer ungleichartigen Mischung zuzuschreiben, einem Fehler, welchen die Franzosen

durch den Ausdruck *«le tableau sent la palette»* bezeichnen. Zu dieser Annahme ist auch Helmholtz geführt worden, um die Erscheinung zu erklären, daß obgleich Gelb und Blau complementär sind, also vereinigt Weiß geben, doch ein aus einem blauen und gelben Pulver gemischtes Pulver grün erscheint. »Dieses Grün, sagt er (Pogg. Ann. Bd. 87 S. 60), könne nur entstehen durch das Licht, welche aus der Tiefe des Pulvers zurückkehrt und abwechselnd durch gelbe und blaue Theilchen hindurchdringe, während das oberflächlich zurückgesendete Weiß gebe. Da nämlich blaue Körper grünes, blaues und violettes Licht durchlassen, gelbe dagegen rothes, gelbes und grünes, so könne durch beide nur grünes Licht hindurchgehen.«

Da es mir gelungen war, die Erscheinungen des Glanzes experimentell auf die dabei zusammenwirkenden Lichtmassen als bedingende Ursache zurückzuführen, so hoffte ich, daß die mannichfachen Nüancirungen des Colorits sich ebenfalls erläutern würden, wenn man die Deckfarben und den durch sie hindurchwirkenden Farbengrund so dem Auge darböte, daß sie in gleicher Richtung gesehen würden, ohne daß die von dem Grunde ausgehenden Strahlen die Deckfarbe durchdrängen, und die dann resultirende Farbe mit der vergliche, welche hervortritt, wenn das Letztere stattfindet.

Die Strahlen nebeneinander liegender Gegenstände können parallel gemacht werden durch das von Brewster angegebene Linsenstereoskop und durch das von mir (Bericht 1851 S. 250)¹⁾ beschriebene Prismenstereoskop mit totaler Reflexion, welches später, da es sich zur Darstellung pseudoskopischer Illusionen vorzugsweise eignet, Pseudoskop genannt worden ist. Da aber viele die durch das Stereoskop sich ergebenden Erscheinungen nur unvollkommen sehen, so erschien es mir zweckmäßiger eine Methode für monoculare Betrachtung zu ermitteln. Auch habe ich von Rotation abgesehen, da ich auch Körper, welche eine stationäre Aufstellung erheischen, z. B. farbige Flüssigkeiten und Flammen, in den Kreis der Untersuchung aufzunehmen wünschte.

1) Ann. Bd. 83, S. 183.

Ein auf einen doppelbrechenden Körper mn in der Richtung ab auffallender Strahl zerlegt sich in zwei aufeinander senkrecht polarisirte gleicher Intensität. Die Fußpunkte der austretenden Strahlen auf einer sie auffangenden Fläche mögen mit c und d bezeichnet werden.

Ein aus einem blauen Krystall (Kalkspat) austretender Strahl zerlegt sich in zwei aufeinander senkrecht polarisirte gleicher Intensität. Die Fußpunkte der austretenden Strahlen auf einer sie auffangenden Fläche mögen mit c und d bezeichnet werden.

Das Licht, welches ein in c und ein in d befindliches Object unpolarisirt aussendet, verhält sich wie zwei senkrecht auf einander polarisirte Lichtmengen halber Intensität, deren Polarisationsebenen so gelegt werden können,

dafs sie mit den zusammenfallen, welche ein von a in der Richtung ab auffallender Strahl bei seinem Austritt in den Strahlen bc und bd erzeugt. Nach dem Reciprocitätsgesetz werden daher die Hälften der von c und d in den Richtungen cb und db ausgehenden Strahlen bei ihrem Austritt aus mn in gleicher Richtung fortschreiten, für ein in a befindliches Auge sich also decken. Für einen gegebenen Abstand beider Objecte von einander kann man nämlich durch Entfernen des Krystalls von ihnen stets die Stelle erhalten, wo dieses Verdecken entweder vollständig oder theilweise erfolgt.

Zwei Kreisscheiben wurden in gleicher Weise mit Pigmenten bemalt, so dafs der eine Halbkreis die eine Farbe zeigte, der zweite die andere. Eine dieser Scheiben wurde auf einen rasch rotirenden Kreisel gelegt, die andere durch ein Kalkspathrhomboëder oder ein achromatisches Kalkspathprisma betrachtet. Die resultirende Farbe an der Stelle, wo die Bilder einander überdeckten, war gleich der auf

dem Kreisel hervortretenden, wie auch nothwendig ist, da die Dauer des Eindrucks jeder Farbe die Hälfte der Umdrehungszeit ist, was darauf hinauskommt, als wenn von der ganzen Scheibe die Hälfte der Farbe zurückstrahlte. Da nun das durch den doppelbrechenden Körper entstehende Bild ebenfalls die Hälfte der Helligkeit des direct gesehenen hat, so kann die angegebene Methode in voller Strenge für den Farbenkreisel substituirt werden. Aus dem Versuche folgt ferner:

Der aus zwei Farbeneindrücken resultirende Eindruck der Mischfarbe ist unabhängig von dem Polarisationszustand derselben; er bleibt derselbe, wenn die zusammenwirkenden Farben unpolarisirt oder wenn sie senkrecht auf einander polarisirt sind. Dieser Satz folgt theoretisch von selbst, da der Polarisationszustand von der Schwingungsrichtung, die Farbe von der Schwingungszahl abhängt. Er ist aber so viel ich weiß noch nicht experimentell bewiesen worden.

Das angegebene Verfahren läßt sich aber in gleicher Weise auf durchsichtige Körper anwenden. Verdeckt man zwei kreisförmige Oeffnungen in einer senkrechten Tafel mit zwei verschiedenfarbigen Gläsern, so daß man durch die Oeffnungen den gleichförmig weiß eingezogenen Himmel sieht, so kann man durch Vorhalten des doppelbrechenden Prismas vor das Auge, diese Oeffnungen zum Decken bringen. Man erhält dann an den Stellen des Uebergreifens der Bilder die Resultante des combinirten Farbeneindrucks neben den seitlich sie begränzenden Componenten, oder, wenn man subjective Mitwirkung des Contrastes vermeiden will, nur die Resultante, wenn man sich so weit entfernt, daß das Verdecken vollständig erfolgt. Legt man dann die beiden Farbengläser auf dieselbe Oeffnung, so erhält man den Effect auf der Palette des Malers, nämlich die Mitwirkung der Absorption des vordern Glases auf das durch dasselbe für das Auge verdeckte.

Man kann nicht ohne Erstaunen den Unterschied wahrnehmen, welcher auf diese Weise hervortritt. Das rothe

und grüne Glas, welche bei dem Uebereinanderlegen Schwarz gaben, erschienen nun als ein schönes Orange. Unter einer grossen Anzahl blauer und gelber Gläser wählte ich zwei, welche dieselben Farben zu geben schienen als die, welche eine Gypsplatte von $\frac{1}{2}$ Undulationen Gangunterschied im Polarisationsapparat bei linearer Analyse durch ein Kalkspathrhomboëder zeigt. Uebereinandergelegt erscheinen sie theegrün, im doppelbrechenden Prisma betrachtet hingegen weifs, wie zu erwarten war. Aehnliche Unterschiede zeigen sich wenn man ein farbiges Glas mit einem undurchsichtigen Pigment combinirt und dann dieses durch das vor das Auge gehaltene farbige Glas betrachtet.

Diese Combinationen erhält man am einfachsten auf folgende Art. Man legt die mit dem Pigment bestrichene Tafel horizontal neben einen belegten Spiegel. Die von demselben reflectirten Strahlen gehen dann durch das senkrecht sie durchschneidende farbige Glas, und fallen so durch das doppelbrechende Prisma vereint mit jenen auf das Auge.

Die Bedeutung der Absorption tritt am entschiedensten in folgendem Versuch hervor. Ich nahm ein gelbes, bläulich grünes und röthlich violettes Glas, welche alle drei übereinander gelegt, gleichgültig in welcher Folge, ein vollständiges Grau gaben. Ich verdeckte nun die eine Oeffnung durch zwei dieser Gläser, die andere durch das dritte, und combinirte sie durch das Prisma. Jedesmal erschien eine andere Farbe, je nachdem die Combination $(ab)c$ war, oder $(ac)b$ oder $(bc)a$.

So lösen sich denn auf die einfachste Weise die Widersprüche, welche so oft zwischen Malern und Physikern in Beziehung auf Mischung sogar leidenschaftlich hervorgetreten sind. Die Entwicklungsgeschichte des Colorits von Cimabue und Giotto bis Tizian und Correggio ist das von künstlerischer Seite mit bewunderungswürdigem Erfolg durchgeführte Studium der Absorptionserscheinungen farbiger Medien. Die bei Polarisation durch Doppelbrechung gewonnenen Ergebnisse der complementären Farben, oder die durch Uebereinanderlegen prismatischer Spectra

hervortretenden Farben nach dem aus der Mischung von Pigmenten sich ergebenden Eindruck beurtheilen zu wollen, wäre der Behauptung zu vergleichen, daß man die Farbe des Rothweins fälschlich bisher in krystallhellen Gläsern habe bestimmen wollen, da man doch vielmehr zu diesem Zweck ihn in ein grünes Rheinweinglas zu gießen habe. Auf denselben Standpunkt gehört die Behauptung Göthe's, daß das prismatische Grün des Spectrums aus dem Zusammenfallen des blauen und gelben Randes entstehe. Man braucht nur die Ränder des noch nicht vollständig entwickelten Spectrums mit weißer Mitte durch das doppelt brechende Prisma zum Decken zu bringen, und die dann hervortretende Mischfarbe mit dem Grün der ganz getrennten Bilder des ebenso betrachteten, vollständig entwickelten Spectrums zu vergleichen, um sich von ihrer gänzlichen Verschiedenheit zu überzeugen.

Der Grundirrtum bei allen diesen ungehörigen Vergleichen zwischen gemischten Pigmenten und Mischfarben ist der, daß man glaubte, daß, wenn zwei verschiedene Farben übereinander gelegt werden, dies eine Mischung in dem Sinne sey, daß in dem dann hervortretenden die beiden Farben in der Weise mitwirken, als wenn jede für sich selbständig auf das Auge fielen. Blau und Gelb ins Auge gleichzeitig fallend, geben ebenso wenig Grün, wie Grün und Roth Schwarz. Das Blau, durch einen gelben Körper hindurchstrahlend, ist eben nicht Blau, sondern Grün, ebenso wie das Roth, durch einen grünen Körper hindurchgehend, überhaupt nicht mehr Licht ist, weil es vollständig verschwindet, und das nennen wir Schwarz.

Daß aber die in unserm Verfahren hervortretende Erscheinung eine wahre Mischung sey, d. h. eine Erscheinung gleichzeitig selbständig wirkender Mischungselemente, geht daraus hervor, daß man die ursprünglichen Farben an jeder Stelle wieder aus der Mischung vollkommen unverändert hervortreten lassen kann. Klebt man nämlich ein kleines undurchsichtiges Blatt, z. B. von Staniol, wenn ein rothes und grünes Glas neben einander stehen, auf das rothe

Glas, so erscheint das Staniolblatt umgeben von der Mischungsfarbe intensiv grün, hingegen intensiv roth, wenn das Staniolblatt auf das grüne Glas geklebt war.

Auf die Beurtheilung der Mischungsfarbe hat die relative Intensität der beiden Componenten den erheblichsten Einfluss. Verdeckt man daher nur eine Oeffnung mit einem farbigen Glase, und läßt durch die andere das weiße Licht des bedeckten Himmels durchfallen, so überwiegt dieß in der Combination so vollständig, daß sie nur als ein schwach gefärbtes Weiß erscheint. Je tiefer gefärbt das Glas, desto auffallender wird dieß, und man traut kaum seinen Augen, daß das tief rothe Ueberfangsglas dann fast vollständig weiß erscheint.

Auf diese Weise erklärt sich eine Erscheinung, welche mir oft sehr aufgefallen ist. Betrachtet man in einem Polarisationsapparat eine Gypsplatte von $\frac{1}{2}$ Umdrehungen Gangunterschied, so erhält man an den sich nicht deckenden Rändern ein sehr helles Gelb und ein intensiv dunkles Blau, und man fragt sich dann, wie kann ein so dunkles Blau mit Gelb Weiß geben. Der Grund liegt eben darin, daß, weil das helle Gelb an Lichtstärke dem Weiß sehr nahe steht, für das complementäre Blau so wenig Licht übrig läßt, daß dieß neben der Totalität des Weißen um so dunkler erscheint. Die geringe Helligkeit des Blau reicht nun gerade hin, um hinzugefügt zu dem sehr hellen Gelb, die Lichtstärke des Weiß zu erzeugen.

Das ausgegebene Verfahren findet auch eine Anwendung auf prismatische Untersuchungen. Aus diesen, besonders denen von Kirchhoff, hat sich ergeben, daß leuchtende Körper undurchdringlich sind für Strahlen, welche sie selbst für sich leuchtend aussenden. Es kann daher von Interesse seyn, die beiden superponirten Spectra zu untersuchen, einmal mit Ausschluss der Absorption, dann unter Mitwirkung derselben. Fallen die durch Linsen parallel gewordenen Strahlen jeder einzelnen Flamme unter dem Winkel auf einen Kalkspath, daß sie parallel austretend gleichzeitig eine enge Spalte beleuchten, so können sie zuerst so durch

den Spectralapparat untersucht werden, dann, wenn sie unmittelbar hinter einander stehend, die Spalte direct beleuchten. Die Vergleichung beider Spectra mit einander giebt den Einfluss der Absorption.

Die Mischung der prismatischen Farben eines auf eine weisse Fläche im dunklen Zimmer projectirten Spectrums erfolgt sehr einfach. Man hält vor dasselbe einen Schirm mit zwei langen Spalten, und bringt diese durch das doppeltbrechende Prisma zum Decken. Mit der Entfernung der Spalten von dem erzeugten Spectrum ändern sich allmählich die Stellen, welche combinirt werden.

Unter den farbigen Medien giebt es solche, bei welchen, wenn einmal eine Schicht von gewisser Dicke durchstrahlt ist, viel mächtigere Schichten ohne erhebliche Lichtverluste durchstrahlt werden. Eine solche Flüssigkeit z. B. erscheint daher in der Mitte des Glases nahe gleich dunkel wie an den Seiten desselben. Bei anderen Medien schreitet hingegen die Absorption in ganz anderer Weise fort. Blickt man durch eine Schicht desselben von gewisser Dicke nach einem vollständig entwickelten Spectrum, so sieht man gewisse Theile desselben verdunkelt. Vergrössert man die Dicke des Mediums, so werden oft andere Theile des Spectrums mit angegriffen, welche vorher nicht afficirt wurden. Dadurch ändert sich, weil die Intensitätscurven der verschiedenen durchgelassenen Farben verschieden gestaltet sind, die resultirende Farbe nicht nur in Beziehung auf Helligkeit, sondern sie wird schliesslich eine andere. Für derartige Untersuchungen lässt die hier angegebene Beobachtungsmethode sich nicht anwenden. Verdeckt man nämlich beide Oeffnungen durch dasselbe Glas, und bringt durch den Kalkspath ein Uebereinanderfallen der Bilder hervor, so erhält man dadurch ganz genau dieselbe Erscheinung, welche man erhält, wenn man das Glas mit bloßem Auge betrachtet. Die durch Doppelbrechung entstehenden Bilder halber Helligkeit addiren sich nämlich dann zu ihrer ursprünglichen Helligkeit. Auf beide Hälften

haben aber die absorbirenden Wirkungen des ganzen Glases und zwar in gleicher Weise gewirkt.

Aus dem oben erläuterten folgt ferner, daß man durch Uebereinanderlegen einer stets größeren Anzahl Gläser derselben Farbe vor die eine Oeffnung, während die andere durch ein andersfarbiges Glas verdeckt ist, nicht dieselben Ergebnisse erhält, als wenn man auf dem Farbenkreisel den Sector, welcher mit der einen Farbe bedeckt ist, in Beziehung zu dem durch die andere Farbe bemalten allmählich vergrößert.

Bei den zuerst erwähnten Versuchen kam es darauf an, für das durch den Farbenkreisel gegebene ein anderes Verfahren zu substituiren, welches dieselben Resultate liefert. Betrachten wir aber zwei farbige übereinander gelegte Gläser, so entspricht die daraus resultirende Farbe der doppelten Dicke, weil in der Combination durch das doppeltbrechende Prisma nur die Hälften concurriren. Diefes kann aber sehr leicht eliminirt werden, indem man die übereinander gelegten Platten dann ebenfalls durch das Prisma betrachtet, und sich soweit von der Oeffnung entfernt, daß die Bilder vollständig auseinander treten. Jedes dieser Bilder hat dann die auf die Einheit der Componenten reducirte Helligkeit. Diefes Verfahren eignet sich besonders für stark verdunkelnde Gläser. Für sehr durchsichtige, nur schwach gefärbte, ist es zweckmäßiger, die Componenten durch Verdoppelung auf die Einheit zurückzuführen. Diefes geschieht auf folgende Art. Man legt beide zu combinirende Gläser neben einander auf einen belegten Glasspiegel, oder läßt sie auf Quecksilber schwimmen. Bezeichnet *ab* den einfallenden Strahl, *bc* den gebrochenen, *cd* den im Glase von der untern Fläche reflectirten, so ist $bc + cd = 2 \cdot bc$ die Länge des im farbigen Glase durchlaufenen Weges. Betrachtet man nun die Glasplatte durch das doppeltbrechende Prisma, so wirkt die Halbierung in der Weise, als wenn nur der Weg *bc* durchlaufen wäre. Nun kann man aber bei dem Uebereinanderlegen der Gläser vor der Oeffnung diese gegen dieselbe ebenso neigen, daß der durch-

laufene Weg ebenfalls in jedem *bc* wird. Der einzige Uebelstand ist, daß zu dem von der belegten Unterfläche reflectirten Licht, welches unpolarisirt ist, sich das von der obern Fläche reflectirte polarisirte weiße Licht addirt, welches bei der Halbirung durch den Kalkspath nur in dem einen Bilde verschwindet, während für das andere Bild es bleibt. Diefes wird dadurch beseitigt, daß man die beiden Gläser wie eine Dachkante zusammenlegt. Das dem Auge zugewendete sendet dann ebenfalls dieselbe Menge gespiegelten Lichtes dem Auge zu, während das abgewendete nur durch Brechung zum Auge gelangendes aussendet. Man erhält demnach die gleichen Lichtmengen in beiden Combinationen.

Da die Mischung der Pigmente stets durch Verdunkelung getrübt Farben giebt, so habe ich Mischfarben ohne Absorption noch in anderer Weise dargestellt. Ich besitze 39 Gypsplatten von $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{3}$ Undulationen Gaugunterschied von Hrn. Darker in London meisterhaft ausgeführt. Das Uebereinanderlegen derselben gestattet auf diese Weise Platten von beliebiger Dicke herzustellen und durch ein doppeltbrechendes Prisma im linear-polarisirten Lichte betrachtet, erhält man eine zahllose Menge von Zerfällungen des weißen Lichtes in zwei complementäre Farben. Legt man nun aber zwei ungleich dicke Platten neben einander, so daß man vier Bilder erhält, so kann man das eine ordentliche Bild mit dem außerordentlichen des andern zum Decken bringen, und man erhält auf diese Weise Mischungsfarben beliebiger Art, wie auf dem Farbenkreisel, aber unabhängig von der dabei eintretenden Trübung gewöhnlicher Pigmente. Eine besonders schöne Erscheinung erhält man, wenn man zwei gleiche Gypskeile, welche, zu einem vierseitigen Prisma zusammengelegt, eine gleichförmig gefärbte Platte bilden, einzeln hingegen die ganze Folge der Interferenzstreifen darstellen, neben einander legt, und zwar so, daß die parallelen Kanten beider Keile einmal nach derselben Seite hin liegen, dann nach der entgegengesetzten. Steht hingegen die Kante des einen Keils senkrecht, wäh-

rend die des andern horizontal liegt, so geben die zum Decken gebrachten Bilder ein horizontal liegendes, schachbrettartiges Muster der verschiedensten Farben, während bei dem Uebereinanderlegen die Streifen bekanntlich in der Richtung der Diagonale hervortreten.

Bei der verhältnißmäßig geringen Durchsichtigkeit der Metalle liegt die Frage nahe, ob, wenn wir Legirungen als eine mechanische Mengung verschiedener Metalle ansehen, nicht als eine chemische Verbindung, bei ihnen nicht Mischungsfarben in dem angegebenen Sinne eintreten. Ich combinirte daher durch das doppelbrechende Prisma eben geschliffene, kreisförmige Platten von 3 Zoll Durchmesser von Silber, Kupfer, Wismuth, Antimon, Zinn, Zink, Eisen, Blei, Messing und Kanonenmetall, gut vergoldete Gläser mit versilberten, Medaillen von Silber und Gold mit bronzenen, Platten von Platin, Iridium und freie Quecksilberflächen, habe mich aber bei allen diesen überzeugt, daß diese Combinationen stets andere Farben liefern, als die Legirungen und Amalgame zeigen. Die Legirungen sind daher nach dem optischen Ergebniss entweder chemische Verbindungen, oder bei ihnen treten die Absorptionerscheinungen ebenfalls als mitwirkend hervor. Das für die unmodificirte Oberfläche der angewendeten Metalle Gesagte findet auch seine Anwendung auf die durch Anlaufen veränderte. Diefs zeigte sich sehr schön, als ich ein Nobilisches Original einer in regelmäßigen Figuren prachtvoll angelauten Stahlplatte mit den andern Metallen combinirte.

In Beziehung auf die Mischungsfarben, welche aus der vermittelt eines doppelbrechenden Körpers hervorgebrachter Combination verschiedener dioptrischer und katoptrischer Farben sich ergeben, will ich schließelich noch ausdrücklich bemerken, daß diese natürlich verschieden sind nach der besondern Beschaffenheit der sich in ihrem Eindruck auf das Auge verbindenden Farben. Besonders die blauen Gläser zerfallen, wenn man sie prismatisch in Beziehung auf ihr Absorptionsvermögen untersucht, in sehr verschiedene Klassen. Das blaue Glas, welches mit einem gelben bei

dem Uebereinanderlegen Weifs gab, verdunkelt im Spectrum vorzüglich das Licht bei der Linie *D*, während das gelbe vorzugsweise den Raum *G* nach *H* verdunkelt. Nimmt man hingegen ein Glas von tieferem Blau, welches das gesammte Roth des Spectrums ausnehmend verdunkelt, so zieht, mit demselben gelben Glase combinirt, die Mischungsfarbe stark ins Gelbe. Verbindet man hingegen das schwachblaue Glas mit einem tiefgelben, so ist die Mischungsfarbe röthlich-weifs. Im ersten Falle ist die Deckfarbe, d. h. die bei übereinander gelegten Gläsern gesehene, thee grün, im zweiten blau, im dritten ein sehr ins Gelbe ziehendes Grün.

Wie bei zunehmender Dicke derselben Glassorte sich die Erscheinungen modificiren, wurde auf folgende Art untersucht. Zwei gleiche aus einem rothen und einem blauen Glase geschliffene scharfe Keile wurden so senkrecht nebeneinander gestellt, dafs die Schneiden eine obere horizontale Gerade bildeten, die Rücken eine ihr parallele untere. Darauf wurden ihre Farben durch das doppelbrechende Prisma vereinigt. Das resultirende röthliche Violett war oben kaum angedeutet, vertiefte sich aber continuirlich nach unten. Bei dem Uebereinanderlegen der Keile steigert sich die Farbe ziemlich gleichförmig nach unten. Zu solchen Versuchen eignen sich aber wegen der, in dünnen Schichten hervortretenden, ungleichen Färbung rother Gläser besser farbige Flüssigkeiten. Man erhält diese dadurch, dafs man stark gefärbte Flüssigkeiten zwischen zwei Paaren wenig gegeneinander geneigter Glasplatten capillar aufsaugen läfst. Um nun zu untersuchen, wie bei gleichbleibender Dicke des andern die Erscheinung sich änderte, wurde ein tiefblaues Glas mit einem gleichseitigen Prisma von braungelben Glase combinirt, dessen Grundfläche 20 Millm. breit war. An der scharfen Kante desselben trat, wenn durch dasselbe eine enge Spalte betrachtet wurde, das vollständige Spectrum hervor, welches bald mehr nach der Mitte hin nur noch Grün und Roth zeigte, in der Nähe der Grundfläche fast nur noch Roth mit einer Andeutung von Orange. Hier trat bei der Combination das

bläuliche Licht erst da hervor, wo die Dicke des Prismas ihr Maximum erreicht hatte. Auch bei der Absorption zeigt sich eine Aenderung. Betrachtet man jenes Prisma durch ein 6 Millm. dickes Kobaltglas, so geht das röthliche Violett dann allmählich in ein tiefes Blau über.

Eine andere Methode katoptrische und dioptrische Farben in verschiedenen Verhältnissen zu mischen, habe ich bereits früher (Bericht 1861 S. 524) angegeben, und damals angeführt, daß man durch sie auf einen Blick Farbmischungen erhält, wie auf einem Farbkreis, wenn man auf diesem das Sectorenverhältniß vom Mittelpunkt zur Peripherie hin continuirlich ändert. Ich habe aber damals die daraus resultirenden Farben nicht mit den Farben verglichen, welche man erhält, wenn man die katoptrische Farbe durch die dioptrische hindurchstrahlen läßt, was ich hier nachhole. Auf eine Kreisscheibe, deren eine Hälfte roth, die andere weiß war, stellte ich, und zwar auf den beide Hälften trennenden Durchmesser, senkrecht ein großes 6 Millm. dickes Kobaltglas von 15 Ctm. Seiten. Blickt man nun durch dies Kobaltglas nach der weißen Hälfte, so ändert sich mit der Entfernung von der unteren Fläche auf dem senkrecht stehenden Glase anfangs wenig, dann stark das Verhältniß des auf der äußeren Fläche reflectirten, durch Spiegelung gesehenen rothen Lichtes zu dem von der weißen Fläche durch Brechung zum Auge gelangenden, aber so unerheblich, daß die ganze Fläche nahe gleichförmig gefärbt erscheint. Neigt man nun aber die senkrecht stehende blaue Glasplatte immer schiefer, so daß der Flächenwinkel der Scheibe und des Glases, in welche man hineinblickt, von 90° bis 135° wächst, so tritt für das über der Kreisfläche senkrecht stehende Auge in der Mischfarbe das Blau immer überwiegender über das Roth hervor. So ist die Erscheinung, wenn die Kreisscheibe auf einer großen weißen Grundfläche sich befindet. Legt man hingegen dieselbe auf eine große matschwarze Grundfläche, oder hält sie frei über einem dunklen Grund, so bleibt bei zunehmender Neigung ein intensiv blauer Halbkreis in der

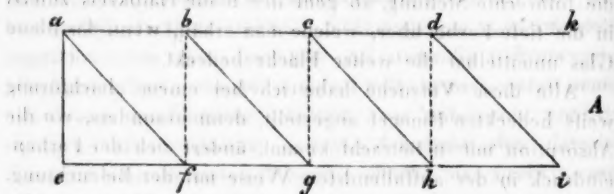
verlängerten Ebene des rothen Kreises stehen, und man sieht durch diesen durchsichtigen blauen Halbkreis das Bild des dadurch modificirten gespiegelten rothen, der in der Projection sich stets verkürzend von dem blauen weit überragt wird. Neigt man hingegen bei senkrecht bleibender Glasplatte den Kreis aus der horizontalen schliesslich in die lothrechte Stellung, so geht der blaue Halbkreis zuletzt in die tiefe Farbe über, welche man erhält, wenn das blaue Glas unmittelbar die weisse Fläche bedeckt.

Alle diese Versuche habe ich bei einem gleichförmig weifs bedeckten Himmel angestellt, denn besonders, wo die Absorption mit in Betracht kommt, ändert sich der Farbeindruck in der auffallendsten Weise mit der Beleuchtung. Betrachtet man nämlich einen ganz rothen Kreis von der angegebenen Farbe durch das dicht vor das Auge gehaltene Kobaltglas, so erscheint er von der Sonne beschienen blau, weil dann das zugleich von der äussern Oberfläche zurückgesendete weisse Licht überwiegt, geht man allmählich in eine gedämpftere Beleuchtung über, so wird es roth, endlich im vollen Schatten so tiefbraun, dass man ihn schwarz nennen möchte. Es geht daraus hervor, dass ein Gemälde nur in der Beleuchtung beurtheilt werden darf, in welcher der Maler es sich dachte, d. h. in der, in welcher er es anfertigte. Dass hier die Unterschiede nicht so grell hervortraten, wird dadurch erklärlich, dass bei der Anfertigung die Beleuchtung selbst wechselte, das Gemälde also einem mittleren Beleuchtungszustande von selbst angepasst wurde.

Es braucht wohl nicht erst hinzugefügt zu werden, dass die hier angegebene Methode sich auch auf zwei dioptrische Farben anwenden lässt. Man stellt nämlich das eine farbige Glas so auf, dass das durch dasselbe hindurchgehende Licht sich so auf dem zweiten spiegelt, wie in den bisherigen Versuchen die katoptrische Farbe. Doch gebe ich der Methode durch Doppelbrechung, als einfacherer, den Vorzug. Ich habe dieselbe bereits i. J. 1847 (Pogg. Ann. Bd. 71 S. 109 und Farbenlehre S. 221) beschrieben,

aber nur auf complementäre Polarisationsfarben angewendet, welche durch zwei parallele Spalten erzeugt wurden.

Sämmtliche bisher angeführte Versuche beziehen sich auf die Combination zweier Farben. Um eine beliebige Anzahl dioptrischer Farben zu vereinigen, habe ich folgenden einfachen Farbenmischer construiert.



kaci ist ein vierseitiger Kasten, welcher oben vier Oeffnungen *ab*, *bc*, *cd* und *dk* hat, die durch farbige Gläser oder undurchsichtige Schieber verdeckt werden können. *af*, *bg*, *ch*, *di* sind unbelegte, fest eingesetzte Spiegelgläser. Das in *A* befindliche Auge sieht das durch *ak* senkrecht einfallende Licht aller nicht verdeckter Oeffnungen durch Spiegelung vereinigt. In der vordern Seitenwand sind drei durch punktirte Linien angegebene Spalten, in welche ebenfalls farbige Gläser eingeschoben werden können. Verdeckt man nun z. B. *cd* durch den undurchsichtigen Schieber, und bringt das farbige Glas aus der Lage *cd* in die Stellung *dh*, so erhält man den Einfluss, welchen die absorbirende Wirkung dieses Glases auf die durch *ab* und *cd* erregten Farben äußert. Nimmt *bc* die Stellung *og*, und *cd* die Stellung *dh* ein, so ist *ab* der absorbirenden Wirkung beider Gläser unterworfen. Beabsichtigt man Interferenzfarben ähnlich zu combiniren, so wird die Oeffnung *ki* durch eine doppelbrechende Platte verdeckt, und durch das mit einer analysirenden Vorrichtung bewaffnete Auge betrachtet. In diesem Falle können die unbelegten Spiegelscheiben *af*, *bg*, *ch*, *di* unter dem Polarisationswinkel eingesetzt werden. Den hintersten Spiegel *af* kann man auch durch ein beliebiges Pigment verdecken.

Die durch beide Apparate erhaltenen Ergebnisse führen die Unterschiede, welche zwischen den Mischfarben der Palette und des Farbenkreisels hervortreten, auf die Absorption zurück, welche ein Farbstoff auf den andern ausübt, wenn die Strahlen jenes diesen durchdringen. Es folgt daraus, daß die Farben der Palette dunkler ausfallen müssen, als die des Farbenkreisels. Bei der eigenthümlichen Lebhaftigkeit, welche bestimmte Farben auf Gemälden zeigen, entsteht natürlich aber die Frage, ob in dem Ueber-einanderlegen nicht Bedingungen einer neuen Farbenentstehung vorhanden seyn können, welche den durch Absorption entstehenden Verlust zu ersetzen, oder zu überbieten vermögen. Dieß könnte Interferenz und Fluores-cenz seyn.

Daß Farbstoffe so dünn aufgetragen werden können, daß an ihnen im reflectirten Licht die Farben dünner Blättchen hervortreten, läßt sich leicht nachweisen. Man braucht nur einen auf einer mattschwarzen Grundfläche gefallenen Tropfen des flüssigen Farbstoffes schief geneigt ablaufen und dann verdunsten zu lassen, um selbst bei einem gelben Farbstoff unter schiefer Incidenz ein lebhaftes Stahlblau dauernd zu erhalten. Schillernde Farben lassen sich auf diese Entstehungsart zurückführen. Bei der sehr dünnen Schicht des Farbstoffs wird die absorbirende Wirkung desselben auf die Farbe, auf welche er aufgetragen ist, als unmerklich angesehen werden können¹⁾, hier also als Resultante die Farbe hervortreten, welche aus dem Zusammenwirken der Absorptionsfarbe des Grundes und der Interferenzfarbe der Decke entsteht. Für die Mischung derselben habe ich (Bericht 1837, S. 217) folgendes Verfah-

- 1) Auf eine genau eben geschliffene Glasplatte wurde ein gleichseitiges Prisma mit einer kaum merkbar convexen Grundfläche durch Schrauben gepreßt, nachdem die Oberfläche der Glasplatte durch einen Tropfen Indigoauflösung benetzt worden. Die nun entstehenden Newton'schen Farbenringe zeigten, durch eine Lupe betrachtet, in ihrer Aufeinanderfolge eine solche Uebereinstimmung mit den gewöhnlichen in Luft oder Wasser erregten, daß der Einfluß der Absorption vollkommen unmerklich war.

ren angegeben. Legt man ein farbiges Glas auf eine metallisch spiegelnde Fläche z. B. ein versilbertes Glas oder läßt es auf einer Quecksilberfläche schwimmen, und betrachtet unter dem Polarisationswinkel durch ein Nicol'sches Prisma in der Stellung, wo es das polarisirte Licht verdunkelt, die Glasplatte, so sieht man die Absorptionsfarbe des Glases in größter Intensität durch Reflexion von der metallischen Grundfläche desselben. Schaltet man nun eine Gypsplatte zwischen den Nicol und das Glas ein, so erhält man durch das von der Vorderfläche reflectirte Licht die Interferenzfarbe der Gypsplatte gemischt mit der unpolarisirten Absorptionsfarbe. Erfolgte hingegen die Reflexion von einem unbelegten oder schwarzen Glase, so sieht man die Interferenzfarbe allein. Schaltet man hingegen in letztem Falle noch das farbiges Glas zwischen dem Nicol und dem schwarzen Spiegel ein, so erhält man nun die Mischungsfarbe modificirt durch Absorption. Da ich hier ganz dieselben Unterschiede erhalten habe, wie bei der Mischung zweier Absorptionsfarben durch Doppelbrechung und Uebereinanderlegen, so lassen sich, wenn die Deckfarbe eine durch Interferenz bedingte ist, die dann eintretenden Erscheinungen auf die sie bedingende Ursachen zurückführen. Bei der Lebhaftigkeit der Interferenzfarben kann auf diese Weise eine an sich dunkle Farbe im reflectirten Licht auffallend gewinnen, wenn nämlich die Interferenz für sich denselben Farbeneindruck hervorruft, wie das Pigment, welches ihr zur Grundlage dient.

Die Frage, ob Fluorescenz mitwirken könne, ist schwieriger zu beantworten.

Eine weiße Karte, auf welcher mit Barium-Platin-Cyanür Worte geschrieben waren, wurde im Dunkeln durch ein großes Stück brennenden Schwefels beleuchtet. Die Schrift fluorescirte prachtvoll in grünlichem Licht, selbst noch als die Strahlen des brennenden Schwefels durch drei tiefblaue Kabalgläser von zusammen 18 Millm. Dicke gingen. Betrachtete man hingegen die fluorescirende Schrift durch eins dieser Gläser, so verschwand die Fluorescenz

vollständig. Es wurde nun eine sehr entfernte Kerze allmählich genähert, die Fluorescenz verschwand allmählig immer mehr, und bei starker Annäherung zuletzt ganz. Dies macht es wahrscheinlich, daß die Fluorescenz hierbei nur durch die grössere Helligkeit des von der Karte äusserlich zerstreuten Lichtes der Kerze verdeckt wurde. Das gewöhnliche Tageslicht wurde nun mit Ausschluss anderen Lichtes auf die Karte durch das Kobaltglas gesendet, wobei die Fluorescenz intensiv sich zeigte. Betrachtete man diese fluorescirende Schrift durch ein zweites gleiches Glas, so erschien sie schwach. Bedeckt man einen flachen Kasten, auf dessen Boden die Karte liegt, mit dem Kobaltglase, so erscheint die Schrift ebenfalls schwarz, da das Licht, um zum Auge zu gelangen, zweimal das blaue Glas durchdringen mufs, die erzeugte Fluorescenz also nicht sichtbar ist. Dasselbe erhält man durch unmittelbares Darauflegen des Glases auf die Schrift, nur mufs man dabei äusserlich gespiegeltes Licht vermeiden, weil dies sich subjectiv färbt in einer dem fluorescirenden nicht unähnlichen Farbe. Legt man hingegen einen scharf geschliffenen Keil von blauem Glase auf die Karte, so geht die gelbe Farbe des Baryum-Platin-Cyanür mit zunehmender Dicke in Schwarz über. Beleuchtet man hingegen die Schrift durch Sonnenlicht oder eine helle Kerze, so erscheint die Schrift durch das blaue Glas betrachtet intensiv roth, wie mit Carmininte geschrieben. Ebenso roth erscheint, in gleicher Weise betrachtet, das von der untern Fläche eines Parallelepipeds von Uranglas reflectirte Licht. Das blaue Glas läßt aber nur rothes und blaues Licht durch, von diesem fehlt das Blau. Es mufs also entweder absorbirt seyn (denn der nicht fluorescirende Schwefel erscheint, ähnlich beleuchtet, ebenfalls roth), oder zur Fluorescenz verwendet, welche durch das Glas nicht sichtbar ist. Die Annahme, daß dasselbe Licht, wenn es mit rothem begleitet, Fluorescenz erzeugt, von anderen Farben begleitet, sie nicht hervorrufe, sondern absorbirt werde, ist so unwahrscheinlich, daß der Versuch dafür entscheidet, daß die Fluorescenz

in weißer Beleuchtung ebenso vorhanden ist, als in bloß violetter, wenn sie auch im ersten Falle direct nicht nachgewiesen wird, sondern nur im letztern ¹⁾).

Es ist daher wohl möglich, daß unter den in der Malerei angewendeten Farbstoffen sich fluorescirende finden. Denken wir uns einen blauen Grund von einem solchen durchscheinenden Stoffe bedeckt, welcher für die Strahlen des fluorescirenden Lichtes durchgängig ist, so ist es nicht undenkbar, daß dieses Licht bei schwächerer Beleuchtung hervortrete, wenn es bei hellerer nicht sichtbar ist, gerade wie wir es bei dem blauen Glase sahen.

In einer im Februar 1852 gelesenen Abhandlung „Ueber den Einfluß der Helligkeit einer weißen Beleuchtung auf die relative Intensität verschiedener Farben“ habe ich durch stereoskopische Versuche nachgewiesen, daß, während bei intensivem Lichte das Roth viel heller erscheint als das Blau, in schwacher Beleuchtung hingegen das Blau so bedeutend überwiegt über das Roth, daß dieses bereits vollständig verschwindet, wenn jenes noch in voller Kraft sich geltend macht. Da in einem Mittags künstlich verfinsterten Zimmer die Erscheinung gerade so hervortritt wie in der Dämmerung, so kann sie nicht darauf zurückgeführt werden, daß in der Dämmerung bestimmte Strahlen des Spectrums fehlen. Ich habe die Erscheinung daher durch die größere Schwingungszahl des blauen Lichtes erklärt, analog der durchdringenden Kraft eines hohen, wenn auch schwachen Tones. Als ich diese Versuche mittheilte, war Stokes schöne Entdeckung der Fluorescenz noch nicht bekannt, sie konnte daher nicht berücksichtigt werden. Ich werde dies jetzt nachholen. Bei den von mir früher angestellten Versuchen wurden in ein Spiegelstereoskop die mit weißen Linien auf schwarzem Grund ausgeführten Pro-

1) Dasselbe gilt wohl auch für die schwächeren Lichtphosphore. Ich habe sehr verschiedenfarbige durch Doppelbrechung vereinigt. Die Mischung zieht sehr ins Weißliche, ich glaube daher nicht, daß sich entscheiden läßt, ob hier mechanische Mengung dasselbe giebt als Deckung durch Doppelbrechung.

jectionen eines Körpers gelegt, vor das eine Auge das blaue Glas von 6 Millm. Dicke, vor das andere ein gewöhnliches rothes Ueberfangglas gehalten, welches weder Fluorescenz hervorruft, noch die Strahlen des fluorescirenden Lichtes hindurchläßt. Vermittelst des (Bericht 1861 S. 483) beschriebenen Photometers finde ich, dafs zwei solche rothe Gläser über einander gelegt nahe soviel Licht durchlassen als das einfache Kobaltglas¹⁾. Das Relief erschien in der Mischungsfarbe, während alle Kanten ausgetrennten, einander der Länge nach berührenden, blauen und rothen Linien bestanden. Bei zunehmender Dämmerung verschwanden die rothen Kanten immer mehr, endlich verschwand das Relief vollständig, während die für das mit dem blauen Glase bewaffnete Auge entworfene Projection noch lange sichtbar blieb. Dafs nun hier nicht Fluorescenz mitwirken konnte, geht daraus hervor, dafs, wie wir gesehen, die Strahlen der von dem blauen Glase erregten Fluorescenz dieses nicht zu durchdringen vermögen. Beleuchtet man aber jene Projection direct durch Strahlen, welche das blaue Glas durchdrangen, und betrachtet sie durch ein zweites gleiches vor das Auge gehaltene Glas, so bleibt sie vollkommen sichtbar, und erscheint genau so, wie wenn man sie durch zwei aufeinander gelegte Gläser beleuchtet und mit bloßem Auge betrachtet. Wenn also auch angenommen würde, dafs Fluorescenz es sey, welche bewirkt, dafs bei Gemälden das Roth in der Dämmerung schon sich sehr verdunkelt, wenn das Blau noch so kräftig wirkt, dafs es gleichsam zu leuchten scheint, so bleibt doch der Unterschied zwischen beiden Farben auch in den Fällen nachweisbar, bei welchen eine Mitwirkung der Fluorescenz ausgeschlossen ist.

- 1) Eine schärfere Messung erhält man vermittelst des Schiebers. Bei Anwendung desselben muß aber die untere Oeffnung des Objectträgers des Mikroskops durch eine matte Glasplatte verdeckt werden, damit die Beleuchtung durch das regelmäßig verstreute Licht der Oeffnung des Schiebers proportional sey. Dasselbe gilt für Messung von Lichtflammen.

Fassen wir die bei Gemälden zusammenwirkenden Bedingungen für den Farbeindruck schliesslich zusammen, so würden sie folgende seyn:

1. Bei der mechanischen Mischung auf der Palette und bei dem Auftragen einer bestimmten Farbe über eine andere wird nie eine Mischfarbe in dem Sinne erzeugt, dass beide Farbstoffe gleichzeitig unverändert auf das Auge wirken ¹⁾, diese werden vielmehr durch Absorption wesentlich modificirt.

2. Ist die obere Deckfarbe sehr dünn aufgetragen, so können sich zu den Absorptionsfarben Interferenzfarben hinzufügen. Da mit der Schiefe des austretenden Lichtes sich die Dicke der dünnen Schicht verändert, von welcher die Interferenzfarbe bedingt wird, so werden die Farben schillernd.

3. Möglicher Weise können mit den Absorptionsfarben sich fluorescirende verbinden, deren Mitwirkung auf den Totaleindruck von der Helligkeit der Beleuchtung abhängt.

4. Das von dem Firniss äusserlich reflectirte Licht bedingt zusammenwirkend mit dem zerstreuten Licht der darunter liegenden Pigmente den Glanz. Diefs habe ich dadurch gezeigt, dass die glänzendste Farbe matt erscheint, wenn man durch ein Nicol'sches Prisma das äusserlich gespiegelte Licht beseitigt. Dafs aber die Spiegelung als solche kein wesentliches Moment zur Entstehung des Glanzes sey, habe ich dadurch nachgewiesen, dass die binoculare Combination matter farbiger Flächen mittelst des Stereoskops ihn hervorruft, und dass er noch auffallender entsteht, wenn man verschiedene Farben binocular durch Gläser betrach-

1) Ausser durch Doppelbrechung habe ich dioptrische Farben noch so vereinigt, dass die Mischung gleichzeitig von Vielen gesehen werden kann. Die beiden Hälften eines wie bei dem Heliometer zerschnittenen Objectivs wurden durch verschieden farbige Gläser verdeckt, und die Bilder durch die Mikrometerschraube zum Decken gebracht. Der Einfluss der Absorption tritt dann hervor, wenn man die ganze Linse durch die hinter einander gelegten Gläser verdeckt.

tet, deren Farbe dieselbe als die der nicht glänzenden Pigmente.

5. Der Glanz beeinträchtigt aber die Stärke der Farbe, da das äusserlich gespiegelte Licht bei gewöhnlicher Beleuchtung weifs ist. Man sieht dies am deutlichsten, wenn man ein mit Amalgam oder Silber belegtes Farbglas unter dem Polarisationswinkel durch ein doppelbrechendes Prisma betrachtet. Hier vereinigt sich in dem einen Bilde das äusserlich gespiegelte Licht mit dem innerlich reflectirten, während in dem andern nur das innerlich reflectirte zum Auge gelangt. Dieses letztere erscheint viel intensiver gefärbt. Dasselbe gilt für Metalle, und zwar desto mehr, je polirter sie sind. Beleuchtet man hingegen diese Körper mit einer gleichfarbigen Beleuchtung, so erhöht sich die Lebhaftigkeit der Farbe, da zwei denselben Eindruck hervorbringende Lichtmassen in ihrer Wirkung sich addiren. In diesem Falle ist das erste Bild im doppelbrechenden Prisma intensiver als das zweite.

6. Glasgemälde entbehren des Glanzes, wenn der Raum, in welchem sie betrachtet werden, nur durch dioptrische Farben erleuchtet ist, wenn also farblose Gläser vollständig vermieden sind. Sie haben daher einen ernsten Charakter. Hier ist die Stärke der Farbe das hauptsächlich wirkende. Ein gleichmäfsig weifs eingezogener Himmel ist ihrer Betrachtung besonders günstig, da die Menge des zerstreuten Lichtes dann gröfser als bei heiterem Himmel, die Wahl der dioptrischen Farbe aber unter der Voraussetzung erfolgt ist, dafs sie von weifsem Licht durchstrahlt werden.

7. Den Uebergang zwischen dioptrischen und katoptrischen Farben bilden die bis in gröfsere Tiefe durchscheinenden. Solche Farben werden saftige genannt, im Gegensatz der stark deckenden. Sie sind unter den Pflanzen reichlich vertreten, besonders auf den früheren Stadien der Entwicklung des Blattgrüns. Da über einander gelegte dünne Glasscheiben Fettglanz erzeugen, aufgeblätterter Glimmer in Perlemutterglanz übergeht, so wirken bei dem Saftigen der Farben innerlich dieselben Bedingungen, welche

bei äußerlicher Spiegelung den gewöhnlichen Glanz bedingen. Hier kann auch Fluorescenz mitwirken.

8. Alle Absorptionsfarben, sowohl dioptrische als katoptrische, stehen an Frische den prismatischen und Interferenzfarben nach. Auch innerhalb dieser machen sich Unterschiede geltend; so zeichnen sich unter den Polarisationsfarben die des Bergkrystalls durch eine eigenthümliche Frische aus. Hängt dies damit zusammen, daß bei ihnen die hypervioletten Strahlen am stärksten vertreten sind? Wegen der geringen Wellenlänge desselben sind diese nämlich über das ganze Gesichtsfeld der Farbenringe dicht verbreitet.

9. Das Heben eines Farbeindrucks durch eine daneben gelegte Farbe ist ein mitwirkendes subjectives Moment, nicht eine Art Irradiation einer Farbe in das Gebiet der sie begrenzenden. Bei der Beweglichkeit des Auges wird vielmehr an der Gränze zuerst die Stelle der Netzhaut, welche den Eindruck der einen Farbe empfing, von der anderen erregt, und der Unterschied des vorhergehenden und neuen Eindrucks dann am stärksten empfunden. Das Auge ist nämlich durch die Farbe, auf welcher es verweilt, abgestumpft für alles in der neu gebotenen Farbe ihr entsprechende, was den Eindruck des Gegensatzes bei der nothwendig erhöhen muß. Der Gegensatz großer farbiger Flächen erscheint daher an der Scheidelinie beider am stärksten.

VII. *Ueber Eisbildung und Entstehung der
Schründe und Spalten in den Eisdecken
der Süßwasserseen;
von Prof. J. C. Deicke.*

(Mitgetheilt vom Hrn. Verf. aus den Verhandlungen der St. Gallischen
naturwissenschaftlichen Gesellschaft 1861/62.)

Es giebt viele Phänomene in der Natur, die allgemein bekannt sind, welche wir aber noch nicht genügend erklären können, weil die bedingenden Ursachen noch nicht genau ermittelt sind. Solche Phänomene bietet das Eis in mehrfacher Beziehung.

Dieses tritt wie viele andere Körper, z. B. der Quarz, mit verschiedenem innerem Gefüge auf; im Allgemeinen ist die Textur entweder blättrig oder körnig. Gefriert süßes, unbewegtes Wasser, so schießen von den Wandungen meistens Nadeln aus, an welche sich unter Winkeln von 60° oder 120° wieder Nadeln ansetzen; es entstehen endlich Tafeln, welche die Wasseroberfläche ganz oder theilweise mit einer Eisschicht bedecken. Aehnliche Formen zeigt der Schnee, gefrorne Fensterscheiben u. s. f. Das Gletschereis entsteht meistens aus Schnee; thaut derselbe theilweise auf, so wird der zurückbleibende mit Wasser getränkt, und beim Wiedergefrieren bilden sich Eiskörner. Durch Wiederholung des angedeuteten Processes wachsen die Eiskörner, und aus dem Zusammengefrieren dieses sogenannten Firns wird das Gletschereis gebildet.

Nach Beobachtungen der Gebrüder Schlagintweit erhält das Eis auch ein körniges Gefüge, wenn es bei schnellem Temperaturwechsel entsteht.

Im Meere werden die aufgelösten Salze vor der Eisbildung ausgeschieden; es bildet sich ein Eisschlamm, woraus Scheiben entstehen, die sich durch die Bewegung des Wassers abrunden. Diese Scheiben vergrößern sich bis auf mehrere Quadratklaster zu Treibeistafeln, woraus endlich

die Eisfelder hervorgehen. Im Bodensee habe ich eine ähnliche Eisbildung mit Ausnahme der Treibeistafeln beobachtet. Am 12. November 1858 zeigte sich an dem Ufer bei Steinach Eisschlamm mit runden Scheibchen vermengt; bei dem nicht sehr stark bewegten Wasser wurden die Scheibchen über einander geschoben, und durch Zusammengefrieren bildete sich eine Eisdecke mit rauher Oberfläche. Im Winter 1860/61 beobachtete ich analoge Erscheinungen am Zeller- und Mündelsee im badischen Seekreise. Im Winter 1861/62 gefror dagegen bei ruhigem Wasserstande der Markelfingersee meistens mittelst Anschiefen von Nadeln, und es entstand eine glatte Eisoberfläche.

Nach diesen Erfahrungen entsteht auf Seeflächen bei reinem und nicht bewegtem Wasser das Eis vorzugsweise durch Anschiefen von Nadeln, die von dem Ufer ausgehen. Ist hingegen das Wasser in wellenförmiger Bewegung, oder hat es Salze aufgelöst, die sich vor dem Gefrieren ausscheiden, so entsteht beim Gefrieren zuerst eine schlammartige Eismasse, die Scheiben bildet, woraus größere Eisflächen hervorgehen. Bei ruhigem oder wie in Flüssen bei gleichförmig bewegtem Wasser ohne Wellenschlag bildet sich eine glatte, hingegen bei Wellenbewegung eine raue Oberfläche.

Beim Aufthauen des Eises zerfällt das Gletschereis wieder in Körner, das Flus-, Meer- und Seeis vorzugsweise in Scheiben. Das Eis nimmt eine blättrige Textur an, wenn der Krystallisationsprozeß gar nicht oder nur theilweise gehemmt wird; wenn hingegen wie bei der Gletschereisbildung die Krystallisationskraft gänzlich gestört wird, so erhält jenes ein körniges Gefüge.

Eine bekannte, aber bisher wenig untersuchte Erscheinung ist das Schründe- und Spaltenreißen des Eises auf größern Seen. Es stehen damit mehrere eigenthümliche Phänomene in enger Beziehung; ich kenne aber keine Schrift, worin dieselben auch nur mit einer entfernt annähernden Vollständigkeit beschrieben wären. Selbst in Gehlers physikalischem Wörterbuche sind sie nicht einmal

flüchtig berührt. In bedeutender Entwicklung können sie nur auf großen Seen beobachtet werden; es giebt aber wenige Winter, in welchen letztere bei uns ganz mit Eis bedeckt werden, und hierin liegt vielleicht der Grund, weshalb bisher über die angedeuteten Phänomene wenige Beobachtungen für wissenschaftliche Zwecke gemacht wurden. Im Winter 1860/61 ist der Untersee vom 6. Januar bis 4. März mit Eis bedeckt gewesen; während 57 Tagen konnte man über dasselbe von Deutschland nach der Schweiz reisen. In diesem Zeitraume habe ich Beobachtungen über das Schründe- und Spaltenreißen gemacht, und viele Erkundigungen bei Fischern und Schiffern, sowie bei den Zollwächtern, die Tage oder Nächte hindurch auf dem Eise zubrachten, eingezo-gen, und werde hier die gesammelten Erfahrungen mittheilen.

Um Wiederholungen zu vermeiden, sollen zuvor die Begriffe von Schründen und Spalten festgestellt werden. Abgesehen von der Unzahl feiner Sprünge im Eise, welche das Irisiren erzeugen, entstehen Risse, die sich auf kurze Strecken, z. B. einige hundert Fufs, oder auf sehr weite Strecken ausdehnen. Im ersten Falle bleiben die Absonderungsflächen in gleicher Höhe ganz nahe bei einander; diese Bildung soll eine Spalte genannt werden. Eine Spalte kann durch die ganze Dicke des Eises oder nur durch einen Theil hindurchgehen. Bei sehr langen Rissen werden die Spaltflächen gleich oder ungleich gehoben; sie entfernen sich entweder mehr oder weniger weit von einander, oder die eine Eisdecke wird über oder in die andere hineingeschoben. Einen solchen Riss des Eises wollen wir als Schründe bezeichnen. Schründe und Spalten unterscheiden sich ferner noch dadurch, dafs bei einem Schründe sowohl bei ihrer Bildung als späterhin viel Wasser auf die Eisoberfläche gestofsen wird, was bei Spalten nicht immer vorkommt.

Schründe haben beständig eine sehr bedeutende Länge; ich habe sie in einer Ausdehnung von 20,000 bis 30,000 Fufs angetroffen; in ihrem Laufe verfolgen sie meistens die

Längenrichtung der Seen, welches bei Spalten nicht durchgängig der Fall ist. Schründe und Spalten entstehen oft gleichzeitig, doch kommt das Spaltenreißen häufiger als die Bildung der Schründe vor. Eine strenge Scheidewand zwischen beiden Erscheinungen giebt es nicht; denn es finden Uebergänge statt.

Unter Schründen und Spalten sollen aber diejenigen Risse des Eises nicht mit inbegriffen seyn, die am Ufer der Seen durch das Steigen und Fallen des Wassers entstehen. Es ist das nur ein Abbrechen des Eises. Dem Schründe- und Spaltenreißen geht meistens ein Summen und Getöse voraus; das Eis geräth wie bei Erdbeben in eine vibrirende Bewegung, wobei oft ein Sausen hörbar wird, als wenn ein Sturmwind unter dem Eise brauste. In dieses Brausen mischt sich oft ein Krachen wie von einem Pelotonfeuer, das zuweilen mit einem donnerartigen Krachen untermischt wird. Diese verschiedenen Schallerregungen kommen einzeln oder gleichzeitig vor; sie ereignen sich zu jeder Tageszeit, bei heller und trüber Witterung. In kalten Nächten, besonders wenn die Schründe zufrieren, zeigen sich jene am häufigsten und sind meistens vor Mitternacht stärker als nach Mitternacht; ebenso ereignen sie sich häufiger vor Mittag als nach Mittag. Einige Fälle sollen hier noch speciell hervorgehoben werden. Am 1. und 2. Februar 1861 hörte man Morgens zwischen 8 bis 10 Uhr bei häufigem Summen und Sausen zuweilen ein starkes Getöse. Am 3. und besonders am 5. Februar hielt das Sausen, Toben und Krachen sowohl auf dem Zeller- als Markelfinger- und Mündelsee den ganzen Morgen an, und soll während der vorhergehenden Nächte noch heftiger gewesen seyn. In seiner größten Stärke zeigte sich das Phänomen am 28. Januar 1861. Mit geringer Unterbrechung dauerte das Sausen, Krachen und Donnern unter dem Eise fast 12 Stunden; es war Windstille, empfindlich kalt und starker Nebel. Nirgends zeigte sich Wasser auf dem Eise; die Schründe waren zugefroren; erst nach Sprengung der Eisdecke wurde Wasser auf das Eis gestossen, und hörte

das Getöse allmählich auf. Am 29. Januar hörte man kein Geräusch, aber in der Nähe der gebildeten Schründe und Spalten war das Eis oft auf weite Strecken mit Wasser bedeckt.

Die vibrirende Bewegung des Eises, das Summen und Sausen unter demselben, ist nicht immer mit Schründe- und Spaltenreißen verbunden, doch wird dann häufig in Intervallen Wasser aus den schon vorhandenen Schründen und Spalten gestossen. Diese Phänomene sind keine Folge von eingetretenem Thauwetter, sondern sie entstehen meistens bei *Abnahme* der Temperatur, und immer, wenn die Schründe durch Eis geschlossen sind. Thauwetter trat erst am 24. Februar ein, und am 4. März wurde bei heftigem Sturmwinde die Eisdecke auf dem Untersee gebrochen.

Mit der Schründebildung, welche die Fischer am Untersee Wume, d. h. Wunde des Eises, nennen, stehen noch folgende specielle Phänomene in Verbindung:

In der Nähe der Spaltfläche wird das Eis zuerst stark aufwärts gekrümmt; es bildet sich hierauf eine sehr stumpfe Kante, in deren Scheitel das Eis auseinanderspaltet. Die Spalte bleibt entweder aufgeklafft, oder die Eisdecken legen sich mit den Spaltflächen übereinander, oder die eine Spaltfläche dringt in das Eis der andern keilförmig ein. Bei jeder Schründebildung wird Wasser auf das Eis gestossen, welches sich in Intervallen oftmals wiederholt. Die Fischer nennen das Wasserausstoßen das *Bluten* des Eises, und sprechen daher von Wume, d. h. Wunde und *Bluten* des Eises.

Schründe und Spalten werden häufig, besonders zur Nachtzeit, geschlossen, aber nach kurzer Zeit entweder wieder geöffnet, oder es werden neue gebildet. Die Schiffer, welche Gelegenheit haben diese Erscheinung häufig zu beobachten, behaupten, daß aus einer wieder aufgerissenen Schründe mehr Wasser als aus einer neuen ausgestossen werde, sie wenden darauf das alte Sprichwort an: »eine aufgerissene Wunde blutet stärker als eine neue«.

Die Anzahl der Schründe ist nicht bedeutend. Der

Zellersee zwischen Radolfzell und Itznang ist ungefähr 8000 Fufs breit; durchgängig sind gleichzeitig zwei, höchstens drei Schründe offen gewesen, die in der Nähe von Moos zusammengestoßen sind. Die Schründe zogen sich längs dem See in einer Entfernung von 800 bis 1000 Fufs von dem Rande der Ufer hin. — Zwischen Allensbach und der Insel Reichenau hat der Markelfinger See ungefähr die gleiche Breite; es sind gleichzeitig immer nur zwei Schründe offen gewesen, von denen derjenige auf der Seite nach Allensbach eine starke Krümmung hatte und theilweise mitten durch den See ging. Der untere Theil des Markelfinger Sees hat eine geringe Tiefe und Breite, er zeigte keine Schründe, sondern nur Spalten, denen zuweilen Wasser entquoll. — Der Mündelsee mit einem Flächenraum von 275 Juchart und höchstens 40 Fufs Tiefe hatte ebenfalls nur ausgedehnte Spalten, aber keine Schründe. Eine Spalte zog sich nach der Länge, eine andere nach der Breite des Sees.

Am 31. Januar 1861 fuhr ich im Schlitten über das Eis von Radolfzell nach Ermatingen im Kanton Thurgau, was eine Entfernung von 40000 bis 50000 Fufs ist. Ich kam über neun Schründe, wovon nur eine den See durchschnitt. Der südlichste Schrund zwischen Gaienhofen und Ermatingen hatte die weiteste Oeffnung, an einigen Stellen 14 Fufs; theilweise war das Eis umgebogen und bis auf eine Höhe von 5 Fufs aufgerichtet. Auffallender Weise zeigten sich auf der Schweizerseite bei Steckborn, Mannenbach und Ermatingen, wo das Wasser des Rheins einen starken Abfluß von Osten nach Westen hat, keine Schründe. Zwischen Ermatingen und Constanz ist der Rhein den ganzen Winter nicht überfroren gewesen; die Gränze des Eises war fast eine gerade Linie, die sich von Ermatingen nach der Insel Reichenau zog.

Die Erscheinungen bei der Schründe- und Spaltenbildung sind mannichfacher Art und lassen sich schwerlich auf eine Grundursache zurückführen. Drei Kräfte können dabei thätig seyn:

1) Temperaturunterschiede der Atmosphäre, wodurch das Eis ausgedehnt oder zusammengezogen wird.

2) Wenn das Wasser an irgend einem Orte durch eine starke mechanische Kraft afficirt wird, so pflanzt sich die Wirkung sehr schnell durch die ganze Wassermasse fort. Schwillt z. B. der Rhein an, und ergießt sich plötzlich bei Rheineck eine große Menge Wasser in den Bodensee, so pflanzt sich dieser Strom so schnell fort, daß schon nach einigen Minuten bei Constanz, selbst bei Stein am Rhein, das Wasser eine oscillirende Bewegung annimmt.

3) Angehäufte, comprimirt Luft unter dem Eise, die einen Ausweg sucht.

Die Fischer am Untersee geben als Ursache der angeführten Erscheinungen Spannung des Eises und Luftströmung unter dem Eise an. In Bezug auf den letztern Punkt behaupten jene, daß eine Verbindung des Wassers mit der Luft nothwendig sey, und daß das Wasser so gut wie ein organischer Körper mit Luft gespeist werden müsse.

Die Sprengung des Eises, mögen Spalten oder Schründe gebildet werden, ist ohne Zweifel eine Folge der Spannung des Eises, und da die Schründe oft ohne Unterbruch eine Länge von 20000 bis 30000 Fufs haben, so muß sich diese Spannung auf sehr große Strecken ausdehnen. Die nähern Ursachen können Temperaturwechsel und mechanische Kräfte, hervorgerufen durch comprimirt Luft und Wellenbewegung des Wassers unter dem Eise seyn. Außere mechanische Kräfte können, wie oben angegeben ist, ausgedehnte vibrirende Bewegungen des Wassers hervorbringen, doch werden sie höchst wahrscheinlich bei Windstille, bei bedeutender Kälte, und wenn, wie im Winter, der See nur einen sehr geringen Zufluß erhält, nur eine höchst untergeordnete Rolle bei diesen Phänomenen spielen. Die Hauptmotoren sind Temperaturwechsel und comprimirt Luft unter dem Eise, letztere ist gewiß fast alleinige Ursache von dem Wogen des Eises, dem Sausen unter demselben und dem Ausstoßen des Wassers auf die Eisoberfläche.

Zuweilen sind die Spaltflächen der Schründe mehrere

Fufs voneinander entfernt, ohne aufgerichtet zu seyn; weit- aus häufiger kommt es aber vor, daß sich die Eismassen übereinandergeschoben, oder mit verschiedenen Biegungen aufgerichtet haben. Letztere Erscheinung erinnert oft an gehobene Sedimentschichten der Erde. Bei dem Ueberein- anderschieben der Eismassen kommt durchgängig die grö- ßere, d. h. breitere Eismasse, über die kleinere, d. h. schmä- lere, zu liegen. Auf dem Zellersee zwischen Radolfzell und Itznang zeigten sich meistens gleichzeitig zwei Schründe in einer Entfernung von 5000 bis 6000 Fufs. Bei beiden lag die mittlere Eismasse von 5000 bis 6000 Fufs Breite auf den Eismassen an den Ufern, die nur 800 bis 1000 Fufs Breite hatten. Hiernach sollte sich das Eis nach der Schründe- bildung nicht zusammengezogen, sondern ausgedehnt haben.

Die Flächenausdehnung des Eises, selbst bei Abnahme der Temperatur, liegt wirklich in dem Bereiche der Mög- lichkeit, und läßt sich auf mehrfache Weise erklären.

1) Das starke Irisiren des Eises deutet auf eine Unzahl feiner Risse hin. Dringt Wasser in diese Risse und ge- friert, so muß sich das Eis vermöge seiner Streckbarkeit horizontal ausdehnen, was das Aufrichten, Ueberein- schieben u. s. f. des Eises bei der Schründebildung zur Folge haben kann. Agassiz hat diese Ursache der Gletscherbe- wegung zu Grunde gelegt.

2) Das Eis ist dehnbar und biegsam, kann besonders bei großer Flächenausdehnung verschiedene Formen, und durch Streckung ungleiche Räume einnehmen. Befindet sich unter dem Eise Luft, so wird dieselbe vermöge des starken äußeren Druckes einen Gegendruck auf das Eis ausüben, wodurch Formveränderung und Streckung des Eises erzeugt werden kann. Entweicht die Luft unter dem Eise aus den gebildeten Schründen, so nimmt das Eis eine mehr hori- zontale Fläche an, wodurch eine scheinbare Vergrößerung der Oberfläche, und ein Uebereinanderschieben der Eisdecken erfolgen muß.

Das Schründe- und Spaltenreißen ist, wie bereits mehr- fach erwähnt, immer mit Geräusch verbunden, das Summen,

Sausen und Brausen ereignet sich auch *nach* der Bildung der Schründe und Spalten, welches aber immer ein Bluten des Eises, d. h. Ausstofsen von Wasser, nach sich zieht.

Das Wasser enthält ein sehr großes Quantum atmosphärische Luft, welche zum Bestehen einer Unzahl von Thieren unumgänglich nöthig ist. Die Ansicht der Fischer, daß das Wasser wie jeder lebende Körper mit atmosphärischer Luft in Verbindung stehe und beständig mit respirabler Luft gespeist werden müsse, hat seinen Grund in dem Athmungsprocess der im Wasser lebenden Thiere. Die enorme Menge derselben in den Seen verbraucht zum Einathmen ein sehr großes Quantum atmosphärischer Luft, was ein Ausathmen irrespirabler Luftarten, wie Kohlensäure und Stickstoff, zur Folge hat. Das Wasser nimmt die sich beständig erneuernden irrespirablen Luftarten nicht auf, die Eisdecke verhindert das Entweichen derselben, sie müssen sich unter dem Eise ansammeln und können die Vibration des Eises, das Summen, Sausen und Brausen erzeugen.

Im Rhein bei Ermatingen, Mannenbach, Steckborn hat das Wasser einen starken Abfluß; das Einsaugen von atmosphärischer Luft und Abführen der irrespirablen Luftarten wird dadurch theilweise geregelt, deshalb kommen daselbst keine Schründe im Eise vor. Die Schiffer machen aber dennoch Oeffnungen in das Eis, und behaupten, es sey nothwendig für das Fortkommen der Fische.

Das Zerreißen des Eises auf kurze oder weite Strecken, das Aufrichten, das Ueber- und Ineinanderschieben der Eisdecken, die wellenförmige Bewegung des Eises, das Ausstofsen des Wassers aus den Schründen und Spalten, und die gleichzeitigen Erscheinungen, die unsern Gehörsinn affiziren, stehen sicherlich in einem engen Zusammenhange, und sind durch bloßen Temperaturwechsel nur sehr gezwungen zu erklären. Nehmen wir aber den Druck irrespirabler Luft unter dem Eise noch zu Hülfe, wozu sich dann noch wellenförmige Bewegung des Wassers gesellt, so ist eine ungezwungene Erklärung dieser Erscheinungen möglich.

Der Athmungsproceß der lebenden Wesen im Wasser ist an den Kreislauf des Ein- und Ausathmens von Luft nothwendig gebunden. Eine geschlossene Eisdecke würde diesem Processe ein unwiderstehliches Hinderniß entgegen- setzen. Durch die Bildung der Spalten und Schründe in der Eismasse wird die Verbindung der äußern Atmosphäre mit dem Wasser wieder hergestellt. Jene sind daher sicher- lich kein zufälliges, nutzloses Ereigniß, sondern sie sind für das Bestehen der im Wasser lebenden Wesen durch- aus nothwendig. Die oben angegebene Ansicht der Fischer, daß das Wasser so gut wie jeder lebende Körper mit der Atmosphäre in Verbindung stehen und damit gespeist werden müsse, und daß die Luft an dem Spalten- und Schrün- dereisen Antheil habe, stützt sich sicherlich auf Erfahrun- gen, die sich durch Ueberlieferungen fortgepflanzt haben und immer von Neuem bestätigt wurden.

VIII. Ueber die Verdichtung von Dämpfen an der Oberfläche fester Körper;
von G. Magnus.

Bei einer früheren Gelegenheit ¹⁾ habe ich die Beobach- tung gemacht, daß eine Thermosäule sich erwärmt, wenn feuchte Luft zu ihr gelangt, welche dieselbe Temperatur wie sie hat, und daß sie erkaltet, wenn trockene Luft von der gleichen Temperatur über sie hingeht. Diese Erschei- nung läßt sich, soweit ich zu übersehen vermag, nur durch die Annahme erklären, daß die Oberfläche der Säule die Wasserdämpfe aus der Luft verdichtet und sich durch die frei werdende latente Wärme erwärmt, und daß die trockne Luft diese Wasserdämpfe wieder von der Oberfläche der

1) Pogg. Ann. CXVIII, 575.

Säule aufnimmt, wodurch diese erkaltet. Die Säule bot indess diese Erscheinung nicht nur dar, wenn sie mit Kienrufs oder Lampenschwarz bedeckt war, sondern auch wenn ihre Oberfläche von solchem Ueberzuge so viel als möglich befreit und ganz metallisch war. Dafs pulverförmige Substanzen die Wasserdämpfe und auch Gase verdichten, ist bekannt, und die HH. Jamin und Bertrand ¹⁾ haben diese Verdichtung zu messen gesucht. Auch habe ich selbst ²⁾ die Verdichtung von schweflicher Säure an der Oberfläche von Glas nachgewiesen; dafs aber eine metallische Fläche die Wasserdämpfe in solchem Maafse zu absorbiren vermag, dafs dadurch eine wahrnehmbare Temperaturerhöhung eintritt, war sehr überraschend, und es schien daher wohl der Mühe werth, diese Absorption weiter zu verfolgen.

Da die Metalle, aus denen die Thermo Säulen gewöhnlich gefertigt werden, durch ihr krystallinisches Gefüge eine Art poröser Beschaffenheit besitzen, so war es denkbar, dafs in Folge dieser Beschaffenheit die Säule die erwähnten Erscheinungen darbot. Als indess dünnes Platinblech auf die Säule gelegt und abwechselnd ein Strom von trockner und von feuchter Luft gegen dieses gerichtet wurde, erfolgte die Erkaltung und Erwärmung der mit dem Blech bedeckten Säule in ganz ähnlicher Weise, nur weniger stark, als ohne dasselbe. Es mußte folglich die durch Absorption auf der einen Seite des Blechs entstandene Erwärmung grofs genug seyn, um auf der andern Seite noch eine hinreichende Wirkung auf die Säule auszuüben.

Die bekannte Eigenschaft des Platins, gasförmige Substanzen leicht miteinander zu verbinden, konnte diese Erscheinung nicht veranlaßt haben, denn es zeigte sich bald, dafs auch andere Metallplatten, statt des Platins angewandt, eine ähnliche Erwärmung hervorbrachten.

Um sicher zu seyn, dafs die Säule nicht unmittelbar von

1) *Comptes rendus XXXVI*, 994.

2) *Pogg. Ann. LXXXIX*, 604.

der Luft getroffen wurde, und daß die Erwärmung von der Platte herrührte, wurde folgender Apparat angewandt.

Auf den oberen Rand einer senkrecht befestigten Röhre aus Glas *RR* (Fig. 1 Taf. II) von 150^{mm} Länge und 35^{mm} Durchmesser, die an beiden Enden offen, oben aber mit einem breiten, gut abgeschliffenen Rande versehen war, wurde die zu untersuchende Platte *pp* gelegt, und darauf die Thermosäule *ss* gestellt. Diese war an ihrem oberen Ende mit einer Messingkappe versehen, und wurde mittelst einer Spiralfeder *xx* gegen die Platte *pp* gedrückt. Die Säule mit dem Bügel *bb*, der zur Befestigung der Spiralfeder diente, war mit einer Glasglocke *NN* umgeben, die unten durch eine Glasplatte *MM* geschlossen war, durch welche die Röhre *RR* hindurchging. Die zu untersuchenden Platten *pp* waren ganz eben. Wenn sie nicht groß genug erhalten werden konnten, um die Röhre *RR* zu verschließen, so wurde auf diese zunächst eine Glasplatte gelegt, die in ihrer Mitte eine Oeffnung hatte, etwas größer als der Querschnitt der Säule. Darauf wurde dann die zu untersuchende Platte gelegt, und die Säule mittelst der Spiralfeder *xx* gegen dieselbe angedrückt.

Die Luft wurde mittelst eines Blasebalgs durch eine Caoutchuc-Röhre *fg*, an deren Ende sich ein Glasrohr *gg* befand, in die Röhre *RR* gedrückt. Das Glasrohr *gg* war in der Mitte der letztern vertical so angebracht, daß es in einer Entfernung von 40^{mm} unter der zu untersuchenden Platte *pp* endete, die Luft also aus dieser Entfernung gegen diese Platte strömte. Um sie nach Belieben trocken oder feucht anwenden zu können, wurde mittelst Hähnen entweder eine Chlorcalciumröhre, oder eine mit befeuchteten Glasstücken gefüllte Röhre zwischen dem Blasebalg und der Caoutchuc-Röhre eingeschaltet; auch konnte eine dritte Verbindung hergestellt werden, durch welche die Luft direct, ohne getrocknet oder mit Feuchtigkeit gesättigt zu seyn, zur Röhre *gg* gelangte. Die Chlorcalciumröhre und die mit angefeuchteten Glasstücken gefüllte, sowie auch die Röhre, welche die directe Verbindung gestattete, befan-

den sich, um sie auf derselben Temperatur zu erhalten, in einem großen Gefäß mit Wasser.

Damit die eingeblasene Luft die Temperatur der Säule genau annähme, wurde dieselbe beim Beginn dieser Versuche durch eine lange, spiralförmig gewundene Röhre aus Kupfer geleitet, die sich in einem großen Gefäß mit Wasser befand, das die Temperatur der Säule hatte. Allein dieß genügte nicht, es stellte sich vielmehr als nothwendig heraus, das ganze Zimmer in welchem die Versuche ausgeführt wurden, so nahe als möglich auf gleicher Temperatur mit der Säule zu erhalten. In der Jahreszeit wo das Zimmer geheizt werden mußte, geschah dieß des Abends, und der Morgen, wo die Temperatur sich ausgeglichen hatte, wurde für die Versuche benutzt. Die Chlorcalcium- und die mit Glasstücken gefüllte Röhre in dasselbe Gefäß mit Wasser zu stellen, war hieruach eine überflüssige Vorsichtsmaßregel.

Die Thermosäule, welche vorzugsweise für diese Versuche benutzt wurde, enthielt 56 Paare aus Antimon und Wismuth, die so dünn waren, daß der Querschnitt der Säule nicht mehr als 13^{mm} im Quadrat betrug. Aufser dieser Säule wurde auch eine andere mit 28 Paaren benutzt, in der jeder Stab 3^{mm} im Quadrat hatte. Sie zeigte ganz ähnliche Wirkungen wie die feinere. Doch ist zu bemerken, daß die Enden der Stäbe beider Säulen nicht zugespitzt, sondern flach waren und nahezu in einer Ebene lagen, so daß die Platten, wenn auch nicht von sämmtlichen, doch von der größern Anzahl der Stäbe berührt wurden.

Zur Beobachtung der Erwärmung, oder des durch dieselbe erzeugten Stromes, diente das in der Abhandlung „über Diathermansie trockener und feuchter Luft“ beschriebene ¹⁾ Galvanometer mit zwei, nach Art der astatischen Nadeln verbundenen Spiegeln. Doch wurde bisweilen auch ein sehr empfindliches astatisches Nadelgalvanometer benutzt, das ich bei meinen früheren Versuchen angewandt hatte. In einzelnen Fällen waren beide Galvanometer hintereinan-

1) Pogg. Ann. CXVIII, 575.

der in den Strom eingeschaltet. Dann entsprach eine Ablenkung von einem Grade des Nadelgalvanometers 12 Millimetern der Scale des Spiegelgalvanometers, woraus hervorgeht, wie außerordentlich empfindlich das letztere war. Wurde die Luft direct gegen die Säule geblasen, nicht nur ohne daß sie getrocknet oder mit Wasserdämpfen gesättigt war, sondern auch ohne daß eine Platte die Säule bedeckte, so änderte das Galvanometer seine Stellung nicht, vorausgesetzt, daß die Temperatur der Säule und der Luft dieselbe war. Es konnte deshalb dieß Experiment stets benutzt werden, um zu untersuchen, ob diese Gleichheit der Temperatur vorhanden war oder nicht. War die Luft des Zimmers noch weit von ihrem Sättigungspunkte entfernt, und wurde sie dann mit Feuchtigkeit gesättigt, so war, wenn keine Platte die Säule bedeckte, die Erwärmung derselben so stark, daß die Ablenkung des Spiegels nicht mehr beobachtet werden konnte, weil das Bild der Scale aus dem Fernrohre verschwand. In gleichem Maasse fand die Ablenkung im entgegengesetzten Sinne statt, wenn die Luft des Zimmers feucht war, und getrocknet wurde, bevor sie zur Säule gelangte.

Befand sich eine Platte vor der Säule, so war die Ablenkung des Galvanometers geringer, und bei Anwendung von verschiedenen Platten war sie von verschiedener Größe, je nach der Natur der Platten, ihrer Dicke und ihrer Ausdehnung. Aber sie zeigte sich bei allen Platten die ich untersuchen konnte, sowohl bei rauhen, als bei glatten Oberflächen, und selbst, wenn die letzteren mit einem Firniß überzogen waren. Bei Anwendung einer Messingplatte von 2,5^{mm} Dicke gab das Galvanometer noch einen Ausschlag von mehr als 50 Scalentheilen, wenn feuchte Luft gegen dieselbe geblasen wurde. Ward mit dem Einblasen der feuchten oder der trocknen Luft unausgesetzt fortgefahren, so kehrte das Galvanometer sehr langsam nach seiner Gleichgewichtslage zurück. Hatte die Luft des Zimmers eine niedrige Temperatur, so stieg bei Anwendung feuchter Luft die Temperatur der Platte nur allmählich, ohne Zweifel weil

die Luft nur wenig Wasserdampf enthielt. Wurde dann aber, nachdem eine gewisse Ablenkung des Galvanometers erreicht war, trockne Luft eingeblasen, so schlug das Galvanometer schnell nach der entgegengesetzten Seite aus, und ging, in Folge der plötzlich eintretenden Erkaltung, weit über die Gleichgewichtslage hinaus.

Aehnlich wie die Metallplatten verhielten sich auch Glasplatten. Auch bei diesen war je nach ihrer Dicke und Ausdehnung der Ausschlag verschieden. Besonders stark war er, wenn eine dünne Glasplatte benutzt wurde, der Art wie sie für die Glassäulen zur Polarisation des Lichtes, oder zu Deckgläsern bei mikroskopischen Beobachtungen angefertigt werden. Platten von Quarz, von Gyps, von Glimmer, von Steinsalz, von Alaun, zeigten dieselbe Erscheinung.

Ebenso verhielten sich Platten aus Holz, Pappe und verschiedenen anderen organischen Substanzen, Caoutchouc, vulkanisirt und nicht vulkanisirt, Guttapercha, Leder, eingefettet und nicht gefettet, Elfenbein u. a. m. Selbst bei Platten von Parafin, Stearinsäure und Wachs, von etwa 2,5^{mm} Dicke fanden Ausschläge des Galvanometers von 100 Scalentheilen und darüber statt, wenn feuchte Luft gegen sie geblasen wurde.

Bei Anwendung von Leder das nicht eingefettet war, von Pappe, dünnem Holz, Elfenbein, Guttapercha und einigen anderen Substanzen, waren die Ausschläge des Galvanometers wenigstens so groß, und bisweilen noch größer, als in dem Falle, wo die trockne oder die feuchte Luft direct gegen die Säule geblasen wurde. Es rührt dieß ohne Zweifel daher, daß diese Substanzen die Wasserdämpfe in viel größerer Menge verdichten, als die Oberfläche der Säule, und daß sie sich daher viel stärker erwärmen und erkalten als diese, so daß ihre Wirkung auf die Säule so groß, und je nach ihrer Dicke größer ist, als wenn die Säule selbst die Dämpfe absorhirt.

Die Dicke der Platten darf ein gewisses Maass nicht übersteigen, damit die Temperaturveränderung wahrnehm-

bar sey, aber die Versuche gestatten den Schluss, *dass alle Substanzen, wie verschieden sie auch seyn mögen, sich erwärmen, wenn Luft zu ihnen gelangt, die feuchter ist als die, welche sie umgab, und dass sie erkalten, wenn sie von Luft getroffen werden, die weniger Feuchtigkeit enthält als die, in der sie sich befanden.*

Die starke Erwärmung und Erkaltung, welche bei Aenderung des Feuchtigkeitszustandes der Luft eintrat, liess vermuthen, dass dieselbe auch durch ein Luftthermometer wahrnehmbar seyn möchte. Es wurde deshalb ein solches *AB* (Fig. 2 Taf. II), bestehend aus zwei durch eine enge Röhre verbundene Glaskugeln, benutzt. Jede der beiden Kugeln wurde, um sie gegen zufällige Abkühlung zu schützen, mit einer kleinen Glocke *C* und *D* aus Glas umgeben, in deren Tubulus ein Glasrohr eingesetzt war, durch welches die Luft eingeblasen werden konnte. Die Glocken waren unten mit Korkplatten *kk* verschlossen, die aus zwei Stücken bestanden, und um die enge Röhre des Luftthermometers einen Raum liessen, aus dem die eingeblasene Luft entweichen konnte. Wurde die Luft des Zimmers in eine dieser kleinen Glocken eingeblasen, so änderte sich der Stand des Thermometers nicht. Wurde die Luft aber vorher getrocknet, so erkaltete die betreffende Kugel, und war sie mit Wasserdämpfen gesättigt, so erwärmte sie sich, so dass ein Unterschied im Stande der Flüssigkeit, welche in der engen Röhre die Luft der beiden Kugeln trennte, von 4 bis 6^{mm} eintrat. Wurde mit dem Einblasen der einen oder der andern dieser Luftarten fortgefahren, so nahm die Flüssigkeit allmählich ihre frühere Stellung wieder ein. Als darauf die eine Kugel mit Kienrufs überzogen, und dann gegen dieselbe abwechselnd ein Strom von trockner und feuchter Luft gerichtet wurde, betrug der Unterschied im Stande der Flüssigkeit 8 bis 10^{mm}.

Ein ähnlicher Erfolg trat ein, als abwechselnd trockne und feuchte Luft gegen ein in halbe Grade getheiltes Quecksilberthermometer geblasen wurde, das, um jeden störenden Luftzug abzuhalten, in ein T-förmiges Rohr mittelst eines

Korkes x so eingesetzt war, wie es Fig. 3 Taf. II leicht erkennen läßt. Bei B wurde die Luft eingeblasen. Der Unterschied im Stande des Thermometers xy bei Anwendung von trockner und feuchter Luft betrug 0,2 bis 0,3° C. War aber die Kugel des Thermometers geschwärzt, so stieg derselbe auf 0,6° C.

Diese Versuche geben einen Anhaltspunkt für die Größe der Erwärmungen und Erhaltungen an der Oberfläche der Körper, sie gestatten indeß nicht dieselben zu messen; denn die Temperaturveränderungen müssen verschieden ausfallen je nach der Dicke und Ausdehnung des Körpers, an dessen Oberfläche die Absorption stattfindet, und nach der Geschwindigkeit, mit welcher die Wärme in demselben sich fortpflanzt.

Diese Geschwindigkeit scheint bei allen Körpern sehr groß zu seyn, denn nach sehr kurzer Zeit waren die Temperaturveränderungen, welche auf der Oberfläche der Platte stattgefunden hatten und jedenfalls nur sehr gering seyn konnten, an der Scale wahrnehmbar.

Bei Steinsalz und anderen diathermanen Substanzen mußte die Erwärmung augenblicklich beginnen. Bei Metallplatten aber, bei denen die Wärme nur durch Leitung fortgepflanzt wird, war die Kürze der Zeit, nach welcher die Wirkung eintrat, sehr auffallend; noch mehr aber bei Anwendung von Holz und andern schlecht leitenden Substanzen. Es schien deshalb wünschenswerth, einige Versuche anzustellen, die geeignet wären, Aufschluß über diese Geschwindigkeit zu geben, um dadurch zu gleicher Zeit die Gewissheit zu erlangen, daß nicht irgend ein Umstand unberücksichtigt geblieben sey, der bei den angeführten Versuchen mitgewirkt und die erwähnten Resultate herbeigeführt haben konnte.

Zu diesen Versuchen wurde ein cubischer Kasten HK (Fig. 4 Taf. II) aus Holz von 30 Ctm. Seite benutzt, in dessen einer Wand eine kreisförmige Oeffnung ss von 10 Ctm. Durchmesser angebracht war. Vor dieser Oeffnung wurde die Platte pp befestigt, in welcher die Fortpflanzung der

Wärme beobachtet werden sollte. Dieselbe wurde gegen die Wand des Kastens mittelst Schrauben, oder auf andere geeignete Weise angepresst. In dem Kasten befand sich eine Thermosäule, deren eine Seite mit ihrer Messingkappe i verschlossen war. Die andere, davon befreite Seite wurde gegen die an dem Kasten befestigte Platte, und zwar in der Mitte der kreisförmigen Oeffnung des Kastens, angedrückt; was mittelst einer Spiralfeder in ganz ähnlicher Weise wie oben S. 176 geschah, wo das Andrücken in verticaler Richtung stattfand.

Aus dem Kasten, der übrigens ganz geschlossen war, kamen die Drähte, welche die Säule mit dem Galvanometer verbanden, aus kleinen Oeffnungen hervor. Ausserhalb des Kastens, in einer Entfernung von 60^{mm} von demselben, war eine Lichtflamme, der zu untersuchenden Platte gegenüber, so angebracht, dafs sie sich in der Verlängerung der Axe der Thermosäule befand. Der cubische Kasten und die Lichtflamme waren mit einem grossen Kasten aus Pappe umgeben, der, damit er nicht Feuer fange, mit einer Oeffnung senkrecht über der Lichtflamme versehen war. Durch diesen Kasten wurde den Störungen, welche durch zufällige Bewegung der Luft des Zimmers entstehen konnten, vorgebeugt. Erst nachdem die Temperatur der Säule constant geworden war, und in Folge dessen sich auch die Stellung des Galvanometers nicht mehr änderte, wurde die Flamme durch eine Oeffnung in dem umgebenden Kasten aus Pappe, die mittelst eines Vorhanges verschlossen wurde, angezündet, und die Ablenkung des Galvanometers mittelst des Fernrohrs beobachtet.

Zunächst wurde eine Platte aus Kupfer von 1,5^{mm} Dicke benutzt. Sobald das Licht angezündet worden begann die Ablenkung nach einer kaum mefsbaren Zeit. Es wurden darauf mehrere solcher Platten, eine dicht an der andern bis zu acht, die zusammen eine Dicke von 12^{mm} hatten, angewendet. Nach etwa 1 Minute begann die Ablenkung. Nach 10 Minuten wurde das Licht gelöscht. Zu dieser Zeit betrug die Ablenkung des Galvanometers 150 bis 200 Sca-

lentheile. Darauf nahm dieselbe in den folgenden 10 Minuten noch um 100 bis 200 Scalentheile zu, und begann dann erst abzunehmen.

Als hiernach die Platten, getrennt von einander, so aufgestellt wurden wie es in Fig. 4 Taf. II dargestellt ist, wobei ihre Abstände von Mitte zu Mitte der Platte 15^{mm} betrugen und das Licht 25^{mm} von der äußersten Platte abstand, begann die Ablenkung nach Verlauf von wenig mehr als einer Minute, nachdem das Licht angezündet worden. Doch betrug sie in diesem Falle nach 10 Minuten, wo das Licht gelöscht wurde, nur 40 bis 50 Scalentheile. Hiernach nahm sie aber noch während einer halben Stunde allmählich um etwa 30 Scalentheile zu.

Aeulich wie die Kupferplatten verhielten sich Holzplatten. Als ein Brett angewendet wurde von Buchenholz, das 27^{mm} dick war, begann die Ablenkung des Galvanometers 2 Minuten nachdem das Licht angezündet worden. Nach 9 Minuten betrug sie 750 Scalentheile. Als nun das Licht gelöscht wurde, nahm die Ablenkung in den nächsten 3 Minuten noch um 40 Scalentheile zu und wurde so stark, dafs sie an der vorhandenen Scale nicht mehr beobachtet werden konnte. Nach einer Stunde betrug die Ablenkung noch 200 Scalentheile.

Selbst durch ein buchenes Brett von 65^{mm} Dicke war die Fortpflanzung der Wärme noch sehr deutlich wahrnehmbar. Die Ablenkung begann 8 Minuten nachdem das Licht angezündet worden, und betrug nach 10 Minuten, wo das Licht gelöscht wurde, 28 Scalentheile, nahm aber danach fortwährend zu, so dafs sie nach einer halben Stunde 290 Scalentheile betrug.

Nicht nur mittelst der Thermosäule, sondern auch mit dem oben (S. 180) erwähnten Luftthermometer war dieser Durchgang der Wärme durch mehrere Platten wahrnehmbar. In einem grossen Kasten aus Pappe war nämlich eine Scheidewand mit einer Oeffnung angebracht, vor welcher zwei sehr dünne Platten aus Messingblech befestigt wurden, die sich in einem Abstände von 15^{mm} von einan-

der befanden. Auf der einen Seite derselben war das Licht in einer Entfernung von 60^{mm} von der nächsten Platte befestigt. Auf der andern stand das Luftthermometer, dessen geschwärzte Kugel sich so nahe als möglich an der andern Platte befand, ohne dieselbe zu berühren. Der Stand des Thermometers wurde mittelst eines Fernrohrs durch eine Oeffnung im Kasten abgelesen.

Kurz nachdem das Licht angezündet worden, begann die geschwärzte Kugel sich zu erwärmen, wobei die Flüssigkeit ihren Stand um etwa 4^{mm} änderte. Es geht hieraus hervor, daß die von Melloni angewandten und seitdem vielfach benutzten Doppelschirme einen hinreichenden Schutz nur bei niedrigen Temperaturen, wie sie bei den gewöhnlichen thermo-elektrischen Versuchen vorkommen, gewähren. Denn wenn bei diesen die Wärmequelle bisweilen auch eine ziemlich hohe Temperatur hat, so wirkt sie doch aus so großer Entfernung, daß die von ihr zum Schirme gelangende Wärmemenge stets nur gering ist.

In der analytischen Theorie der Wärme wird die Temperaturveränderung eines von einer constanten Wärmequelle entfernten Punktes als eine Function der Entfernung und der Zeit betrachtet, welche seit der Anbringung der Wärmequelle vergangen ist. Auch werden die Mittel angegeben, um diese Erwärmung numerisch zu bestimmen, jedoch sind diese Bestimmungen immer nur relativ zu der Erwärmung, welche unter gleichen Umständen in einer andern Substanz stattfindet. Die absolute Messung der Zeit, welche zur Erlangung einer bestimmten Temperatur eines Punktes erforderlich ist, kommt dabei gar nicht in Betracht. Nach der Veröffentlichung seiner *Théorie de la Chaleur* hat Fourier¹⁾ vorgeschlagen, das Leitungsvermögen dünner Platten dadurch zu bestimmen, daß man sie auf eine Unterlage von constanter Temperatur legt, und das von ihm angegebene Contactthermometer (bestehend aus einer Quecksilbermasse, in der ein sehr empfindliches Thermometer sich befindet) nachdem es zuvor erwärmt worden, auf diese

1) *Annales de Chim.* XXXVII, 291.

Platte stellt, und die Zeiten misst, welche erforderlich sind, damit das Thermometer bei Anwendung von verschiedenen Platten um gleiche Temperaturdifferenzen erkaltet. Hierbei werden zwar die Zeiten direct beobachtet, welche bis zur jedesmaligen Abkühlung vergehen, allein Fourier giebt, bei den wenigen Versuchen, welche er ausgeführt hat, nichts über die Grösse dieser Zeiten an, und ausser ihm hat Niemand, soviel ich weifs, diese Methode benutzt.

Für die Theorie der Fortpflanzung der Wärme wird übrigens durch die erwähnten Versuche nichts gewonnen. Auch eignen sich dieselben nicht zur Messung der Zeiten, welche bei Anwendung von verschiedenen Platten bis zu einer bestimmten Veränderung ihrer Temperatur vergehen. Denn dazu müfste der Grad der Empfindlichkeit des angewandten Thermoskops ganz unveränderlich seyn, was kaum zu erreichen ist. Ausserdem aber würden sich verschiedene andere Schwierigkeiten solchen Messungen entgegenstellen. Aber auch ohne dafs genaue Messungen ausgeführt werden, bleibt es doch sehr auffallend, dafs die geringe Wärme, welche eine Lichtflamme aus einem Abstände von 60^{mm} gegen eine 1,5^{mm} dicke Kupferplatte strahlt, durch noch sieben andere solche Platten, die in Abständen von 15^{mm} von einander sich befinden, schon nach Verlauf von 1 Minute wahrnehmbar wird.

Fasst man das Ergebnifs dieser Untersuchung zusammen, so geht aus derselben hervor, dafs die verschiedensten organischen und anorganischen Körper, wie Wachs, Paraffin, Glas, Quarz, Glimmer, Gyps und die verschiedensten Salze, ferner die Metalle, sowohl rauh als auch polirt und selbst mit einem Firnis überzogen, Wasserdampf aus der sie umgebenden Luft, welche dieselbe Temperatur mit ihnen hat, auf ihrer Oberfläche verdichten, und sich durch diese Verdichtung erwärmen, und dafs, wenn die sie umgebende Luft mit einer weniger Dämpfe enthaltenden vertauscht wird, ein Theil des condensirten Wassers sich wieder in Dampf verwandelt und die Oberfläche des Körpers erkaltet.

Ganz ähnliche Resultate wie mit dem Wasserdampf wurden bei Anwendung von Alkohol, Aether und anderen Dämpfen erhalten.

Man kann daher allgemein aussprechen, *dass die verschiedensten Dämpfe an den Wänden fester Körper in solchem Maasse verdichtet werden, dass dadurch wahrnehmbare Temperaturveränderungen entstehen.*

Es folgt hieraus, *dass zu allen Zeiten sich eine Schicht von verdichteten Dämpfen auf der Oberfläche der Körper befindet, die mit dem Feuchtigkeitszustande der Atmosphäre gröfser und geringer wird.* Ohne Zweifel übt dieselbe bei verschiedenen Vorgängen an der Oberfläche der Körper einen nicht unbedeutenden Einfluss.

IX. *Ueber den Einfluss der Condensation bei Versuchen über Diathermansie;* *von G. Magnus.*

Von dem Einfluss, welchen die Verdichtung auf die Thermoskule ausübt und von welchem diese Untersuchung ausgegangen ist, sagt Hr. Dr. Tyndall¹⁾, dass ihm derselbe seit Jahren bekannt gewesen sey. Es ist zu bedauern dass Hr. T. diesen wichtigen Umstand in der grossen Anzahl von Bekanntmachungen über den Durchgang der Wärme, welche von ihm ausgegangen sind, nirgend erwähnt hat, und dass auch nirgend die Vorsichtsmaafsregeln von ihm angeführt sind, welche er gebraucht hat, um beim Durchblasen und Durchsaugen von Luft durch Röhren, die an beiden Enden offen sind, diesen störenden Einfluss zu vermeiden.

Hr. T. hat Hrn. Frankland seine Versuche übergeben²⁾, um, wie er sagt, zu bestätigen, dass er nicht »kalt

1) *Phil. Mag.* XXVI, 44, July 1863.

2) Ebendasselbat.

für warm und warm für kalt genommen habe.« Einer solchen Bestätigung hätte es, nach meiner Ansicht, nicht bedurft. Ich habe solchen Irrthum nicht vorausgesetzt, sondern nur gesagt, daß es mir bei Wiederholung der Versuche des Hrn. T. auch nicht ein einziges Mal gelungen sey, dasselbe Resultat wie er zu erhalten. Ich schliesse daraus, daß bei diesen Versuchen, und den Wiederholungen durch Hrn. Frankland, noch irgend ein Umstand mitgewirkt hat, der bis jetzt unberücksichtigt oder wenigstens unerwähnt geblieben ist. Hr. T. sieht den Grund weshalb es mir nicht gelungen ist dieselben Resultate wie er zu erhalten in etwas Anderem. Er drückt dies durch ein Gleichniß aus, indem er sagt ¹⁾, daß er auf einer Waage wiege, die Milligramme angiebt, ich dagegen auf einer auf der man nur Pfunde wägen kann ²⁾.

Es muß Andern überlassen bleiben zu beurtheilen in wie weit Hr. T. zu solchem Vergleich seiner Arbeiten, gegenüber den meinigen, berechtigt ist. Ich glaube gewiß zu seyn, daß die Apparate, welche ich angewendet habe, sowohl die Thermosäule als auch das Galvanometer wenigstens ebenso empfindlich wie die seinigen waren und muß meine Methode, bei der alle die von ihm erhobenen Einwände nicht zutreffen, für besser erachten, weil sie die Anwendung hygroskopischer Steinsalzplatten vermeidet, die, auch wenn sie trocken bleiben, die Schärfe der Beobachtung beeinträchtigen, weil sie nur einen Theil der auf sie

1) *Phil. Mag.* XXVI, 53.

2) Auffallen muß es, daß man gegenwärtig nicht zu sagen vermag, wie groß nach Herrn Tyndall der Unterschied der Absorption durch trockne und durch feuchte Luft ist. In der Abhandlung *Phil. Mag.* T. XXIV, p. 426 sagt derselbe bei Versuchen mit atmosphärischer Luft: »der Wasserdampf absorbire in gewissen Fällen 60 Mal so viel Wärmestrahlen als die Luft in der er sich befindet« und *Phil. Mag.* T. XXV, p. 205 heißt es: »Atom für Atom verglichen ist die Absorption des Wasserdampfes 16000 Mal so groß als die der Luft. Im *Phil. Mag.* T. XXVI, p. 36 berechnet dagegen Hr. T. die Absorption des in einer 4 Fuß langen Röhre enthaltenen Wasserdampfes zu 4,2 Proc. oder zu 6 Proc. der gesammten Strahlung.

fallenden Wärme durchlassen. Trotz der Abweisung durch Hrn. T. glaube ich aus meinen Versuchen mit Bestimmtheit schließen zu müssen, daß die Luft, wenn sie Wasserdämpfe enthält, nur unbedeutend weniger ¹⁾ Wärmestrahlen durchläßt als im trocknen Zustande.

**X. Ueber die Erkennung der Salpetersäure;
von Dr. Hermann Sprengel.**

Reactionen für die Erkennung der Salpetersäure lassen sich in zwei Hauptgruppen theilen. Die erste umschließt die, wo die Gegenwart der Säure durch das Hervorrufen irgend einer Oxydation verrathen wird; die zweite jene, welche ihren Grund in der Bildung neuer Körper haben, die nicht nur einen Theil des Sauerstoffs, sondern auch zu gleicher Zeit den Stickstoff enthalten, der ursprünglich in der Salpetersäure enthalten war. Da nun viele Körper als Oxydationsmittel unter denselben Umständen wie Salpetersäure wirken können, so darf das bloße Auftreten einer Oxydationserscheinung während des Suchens nach dieser Säure durchaus nicht als genügender Beweis für ihre Gegenwart angenommen werden.

Wenn das Salpetersäuresalz sich in einem äußerst verdünnten Zustande, oder in der Gegenwart von verhältnißmäßig großer Quantitäten organischer Materie befindet, so hat man zu Higgin's und Price's Jod-Stärke-Reaction seine Zuflucht zu nehmen; aber in allen anderen Fällen verdienen entschieden die Reactionen der zweiten Gruppe den Vorzug, weil sie keinen Zweifel über die An- oder

1) Pogg. Ann. CXVIII, 587.

Abwesenheit der höheren Oxydationsstufen des Stickstoffs lassen.

Richmont's allgemein bekannte Färbung des schwefelsauren Eisenoxyduls durch Stickoxyd ist bis jetzt immer als die Reaction, *par excellence*, angesehen worden, indessen wird man finden, daß diejenigen, welche ich sogleich beschreiben werde, sie in Empfindlichkeit und in Schnelligkeit der Ausführung übertrifft.

Es ist lange bekannt gewesen, daß Salpetersäure eine höchst energische Einwirkung auf die Körper der Phenylgruppe ausübt, die in sehr vielen Fällen mit dem Auftreten intensiver Farbenerscheinungen begleitet ist, was bis jetzt, soviel ich weiß, nicht auf die gegenseitige Erkennung dieser Körper angewandt ist. Die Weise in der ich verfare, ist folgende:

Ich löse 1 Theil Phenol in 4 Theilen concentrirter Schwefelsäure und verdünne diels mit etwa 2 Theilen Wasser. Wenn die für Salpetersäure zu untersuchende Substanz in Lösung ist, so verdampfe ich sie in einem Porzellantiegel oder dessen Deckel, und lasse auf den ungefähr 100° C. warmen Rückstand einen oder zwei Tropfen reiner Phenylschwefelsäure fallen. Durch den Ueberschuß der Schwefelsäure werden die salpetersauren Salze, wenn solche gegen seyn sollten, zersetzt, und die daraus entwickelte Salpetersäure wird mit dem Phenol sofort Nitroverbindungen bilden, die sich durch das Auftreten einer bräunlich-rothen Färbung zu erkennen geben. Wenn keine organischen Körper, oder jene Chlor-, Jod- und Brom-Verbindungen zugegen sind, aus denen Schwefelsäure leicht Kohle oder die Haloide abscheidet, so ist diese Färbung an und für sich schon beweisgebend. Da man indessen stets auf solche Rücksicht zu nehmen hat, so thut man in allen Fällen besser, einen oder zwei Tropfen concentrirten Ammoniaks dem gefärbten Producte hinzuzufügen, indem sich die Haloide zu farblosen Salzen lösen, während die Kohle in Partikeln suspendirt bleibt, die die Erkennung der charakteristisch gelben Lösung des gebildeten nitrophenylsauren Am-

moniake nicht beeinträchtigt. Ich habe zu bemerken, daß ich häufig nach dem Zusatz des Ammoniake das Auftreten einer unbeständigen, smaragdgrünen Farbe beobachtet habe, die nach der Hinzufügung einer Säure in Rosa übergeht, oder einer grün-gelblichen in allen verschiedenen Nüancen, die offenbar ihren Ursprung in der Bildung zwei verschiedener Körper hat, entweder eines grünen und gelben, oder eines blauen und gelben, aus deren Mischung die grüne Farbe entstehen würde. Da indessen die meisten Augen (wenigstens bei Tageslicht) gelb so gut wie grün erkennen können, so habe ich bis heute den Grund dieser verschiedenen Färbung nicht näher untersucht.

Laurent, indem er Dinitrophenylsäure mit Wasserstoff in *status nascens* behandelte, bemerkte schon ein ähnliches Phänomen, giebt aber auch keine weitere Erklärung. Wahrscheinlich möchte sie auf dem verschiedenen Verhältnisse beruhen, in dem Mono-, Di- oder Trinitrophenylsäure gebildet werden. Später hoffe ich diesen Gegenstand weiter zu untersuchen.

Für jetzt mag es uns genügen, hier ein Mittel zu haben, wodurch sich Salpetersäure mit Sicherheit und Schnelligkeit in außerordentlich kleinen Quantitäten nachweisen läßt. Ich war fähig, Salpetersäure in dem Rückstande eines Tröpfchen Wassers zu erkennen, der nicht mehr als den 0,0004 Theil eines Milligramms Salpetersäure enthielt, während vier solcher Tröpfchen keine Aeusserung nach der Richmond'schen Methode verriethen. Ich hatte kürzlich mehrere Brunnenwasser zu untersuchen, von denen ein einziger Tropfen mehr als genügend war, Salpetersäure mit Sicherheit nach obiger Methode zu erkennen.

Salpetrigsaure Salze verhalten sich den salpetersauren ähnlich; nur will mir scheinen, daß gleiche Quantitäten beider Salze nicht gleiche Farbenintensität hervorrufen, was seine Erklärung in dem Umstande finden möchte, daß ein Aequivalent Salpetersäure ein Aequivalent Untersalpetersäure zu bilden im Stande ist, während die salpetrige Säure auf Zusatz stärkerer Säuren erst in Salpetersäure und Stick-

oxyd zerfällt, und zwar so, daß drei Aequivalente salpetrige Säure ein Aequivalent Salpetersäure und zwei Aequivalente Stickoxyd bilden, die für unsern Zweck verloren gehen. Ist diese Anschauung richtig, so würden drei Aequivalente eines salpetrigsauren Salzes nicht mehr Effect wie ein Aequivalent eines salpetersauren Salzes haben.

Ich brauche wohl kaum zu sagen, daß, um obige Experimente mit günstigem Erfolge auszuführen, man die alte Arbeitsregel zu beobachten habe, Alles in möglichst concentrirtem Style auszuführen, z. B. die zu untersuchende Flüssigkeit Tropfen nach Tropfen abzdampfen und dabei Sorge zu tragen, daß jeder Tropfen auf denselben Fleck falle und dann nicht mehr von den Reagentien zum Rückstande zu geben, als eben erforderlich ist.

Die Phenylkörper scheinen mir von Natur besonders geeignet zu seyn, in der Erkennung, ja vielleicht selbst in der Bestimmung der Salpetersäure eine hervorragende Rolle zu spielen, denn A. W. Hofmann hat uns kürzlich über die Existenz einer Phenylbase, des Chrysanilins, in Kenntniß gesetzt, dessen Salpetersäure-Salz fast vollkommen unlöslich ist.

London, den 17. Januar 1864.

Nekrolog.

Heinrich Rose ist nicht mehr! — Wehmuthsvoll muß ich die letzten Zeilen dieses Heftes der Anzeige widmen, daß der biedere Mann, der mir seit 40 Jahren als treuster Freund zur Seite stand und eben so lange die Früchte seiner rastlosen Thätigkeit in der Wissenschaft ungetheilt den Annalen zuwandte, vor wenigen Stunden ein Raub des unerbittlichen Todes ward. Er entschlummerte sanft nach kurzem Krankenlager an einer Lungen-Entzündung im 69^{ten} Lebensjahre zur gerechten Bestürzung aller Nahestehenden, welche ihm bei seiner Geistesfrische und körperlichen Rüstigkeit noch ein hohes Alter gesichert hielten. — Was er der Welt, was er der Wissenschaft gewesen: es braucht hier wohl kaum berührt zu werden! Würdiger Schüler des Meisters Berzelius und Erbe der Tugenden seines Vaters, dessen Geburt er nach hundert Jahren noch mit kindlicher Pietät gefeiert hatte, vereinte er in seltenem Grade den Eifer für die Wissenschaft mit jener Rechtschaffenheit und Leutseligkeit des Charakters, welche ihm die Herzen Aller gewann, denen das Glück zu Theil ward, sich seiner Vorträge oder seines Umgangs zu erfreuen. Sein Tod ist ein harter Schlag für die Wissenschaft und deren Verbreitung, nicht minder wie der des ihm nur wenige Monate vorangegangenen Mitscherlich's; aber sein Andenken wird fortleben in dem weiten Kreise seiner Freunde und dankbaren Schüler, sowie in seinen gediegenen Werken, durch welche er sich selbst das unvergängliche Denkmal gesetzt hat. Friede seiner Asche!

Berlin, den 27. Januar 1864.

Poggendorff.